

CLAUDIMARY MOREIRA SILVA OLIVEIRA

**A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA NO ESTÁGIO COM
PESQUISA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UEG/IPORÁ**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Campus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e para Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Linha de pesquisa: Fundamentos, metodologias e recursos para a Educação para Ciências e Matemática.

Sublinha de pesquisa: Ensino de Matemática.

Orientador: Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz.

Jataí

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

OLI/inv	<p>Oliveira, Claudimary Moreira Silva.</p> <p>A investigação matemática com o Geogebra no estágio com pesquisa do curso de licenciatura em Matemática da UEG/Iporá [manuscrito] /Claudimary Moreira Silva Oliveira - 2015. 276 f.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz. Dissertação (Mestrado) – IFG – Campus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2015. Bibliografia. Apêndices.</p> <p>1. Formação docente. 2. Mediação pedagógica. 3. Investigação matemática. 4. Geogebra. I. Vaz, Duelci Aparecido de Freitas Vaz. II. IFG, Campus Jataí. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 370.7</p>
---------	---

CLAUDIMARY MOREIRA SILVA OLIVEIRA

**A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA NO ESTÁGIO COM
PESQUISA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UEG/IPORÁ**

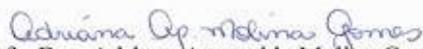
Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora.



Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz
Presidente da banca / Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás



Prof. Dr. Glen César Lemos
Membro interno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás



Prof. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes
Membro externo
Universidade Federal de Goiás

Jataí, 12 de Junho de 2015

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus filhos Kaique Silva OLiveira e Karlla Moreira Oliveira e ao meu esposo Silvério Sérgio de Oliveira como gratidão pelo respeito que dedicam à minha profissão, pelo apoio incondicional, por estarem sempre ao meu lado, por todas as palavras de incentivo e por todo amor e carinho com que sempre fui recebida na volta de cada viagem em que tive que me ausentar para dedicar aos estudos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, que sempre presente em minha vida, foi meu apoio espiritual e a quem recorri em minha fé, nos momentos de dificuldades, de alegrias, de fracassos e vitórias.

Ao corpo docente e gestores do Instituto Federal de Goiás, Campus Jataí que me oportunizaram aprendizagens que me serão úteis para a toda a vida.

Ao meu orientador Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz pelas orientações, pelo profissionalismo e por ter com que acreditado em mim. Incentivou-me e me inspirou a criar, recriar e recomeçar. Parafraseando Fernando Pessoa, me ensinou como tirar as pedras do caminho e com elas construir fortalezas.

Aos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá, turma de 2014, Camila Kássia Monteiro de Oliveira, Letícia de Oliveira Silva, Luzia Leão de Oliveira Bueno, Paula Roberta dos Santos, Pedro Henrique Cassimiro de Paulo Batista, Junior Carlos Cruvinel, Renato Lourenço de Castro que participaram ativamente deste projeto. Agradeço o comprometimento, a persistência e o desejo de superação dedicados à pesquisa. Como diz Paulo Freire, "Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender." Nossos papéis de não raramente se confundiam entre docentes e discentes, ensinantes e aprendizes, pesquisados e pesquisadores. Aprendendo ensinamos e ensinando aprendemos conjuntamente.

Aos meus colegas, em especial os que estiveram mais próximos com quem partilhei sorrisos, sentimentos, brincadeiras, momentos de estudo, de dificuldades e superações.

Aos meus familiares, especialmente aos meus filhos Kaique Silva OLiveira e Karlla Moreira Oliveira e esposo Silvério Sérgio de Oliveira pela luz que irradiam em minha vida, pelas palavras de conforto e ânimo, por estarem sempre ao meu lado mesmo quando eu estava longe. O amor que me dedicam me faz mais forte e torna a minha vida mais leve.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

Entre o porto e o mar, eu prefiro o mar...
Entre as respostas e as perguntas, eu prefiro as perguntas.
[...] Não gosto de conclusões. Conclusões são chaves que
fecham. Palavras não conclusivas deixam abertas as
portas das gaiolas para que os pássaros voem de novo.

(RUBEM ALVES, 1995)

RESUMO

Este trabalho com o tema a Investigação Matemática com o Geogebra no estágio com pesquisa do curso de licenciatura em Matemática da UEG/Iporá buscou responder as seguintes perguntas: A mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014 possibilitou a Investigação Matemática em sala de aula? Como realizar a mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado? Trata-se de uma pesquisa qualitativa que teve como aportes teóricos principais Ponte (2013), Skovsmose (2001), Pimenta e Lima (2008), Valente (1999), Lorenzato (2010) e Borba (2007). O objetivo foi interpretar a mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014, buscando identificar as peculiaridades da Investigação Matemática em sala de aula e analisar o Estágio Supervisionado enquanto mediação entre a pesquisa e a formação docente. Outros objetivos foram estimular a pesquisa como elemento importante na formação do professor, por meio do Estágio Supervisionado, realizar atividades experimentais de Investigação Matemática com o Geogebra e contribuir na formação dos futuros professores para o uso adequado do *software* educacional Geogebra. Para tanto, os estagiários desenvolveram projetos de pesquisas em que durante o estágio fez-se estudos teóricos, planejou-se a questão de pesquisa, definiu-se os objetivos e elaboraram-se atividades pedagógicas de Investigação Matemática com o Geogebra que foram desenvolvidas pelos estagiários em duas escolas públicas de Iporá. Após as aulas experimentais analisaram se houve envolvimento e se os alunos tiveram a oportunidade de experimentar, levantar conjecturas, discutir, formular respostas, formalizar e generalizar e construir conceitos matemáticos produzindo relatos de experiência/artigos científicos. Os artigos e as autoavaliações dos estagiários, juntamente com o diário de campo do pesquisador registrado durante o acompanhamento das aulas e durante as reuniões do grupo de estudo foram objetos de análise desta pesquisa que visou analisar a mediação pedagógica dos estagiários na condução das etapas, introdução do assunto, da investigação e experimentações e da discussão dos resultados, que são peculiares às aulas de Investigação Matemática. Por se tratar de uma pesquisa de mestrado profissionalizante tem-se um produto, que se trata de um sítio na internet para tornar pública a pesquisa realizada, que é significativa por representar uma forma diferenciada de trabalhar o estágio como pesquisa e possibilitará influenciar no ensino de Matemática de Iporá e de outras localidades por ser uma forma inovadora de ensinar Matemática.

Palavras-chave: Formação Docente. Mediação Pedagógica. Investigação Matemática. Geogebra.

ABSTRACT

This work with the theme Mathematics Research with Geogebra on stage with degree course of research in mathematics UEG/Iporá sought to answer the following questions: The pedagogical mediation of trainees of the fourth year of the course Degree in Mathematics of UEG / Iporá in 2014 enabled the Mathematics Research in the classroom? How to conduct mediation between between research and teacher training through the Supervised Internship? This is a qualitative study had the main theoretical contributions Bridge (2013), Skovsmose (2001), pepper and Lima (2008), Valente (1999), Lorenzato (2010) and Borba (2007). The objective was to interpret the mediation of trainees the fourth year of the Bachelor's Degree in Mathematics of UEG / Iporá in 2014 in order to identify the peculiarities of Mathematics Research in the classroom and analyze the Supervised Internship as mediation between research and training teaching. Other objectives were to stimulate research as an important element in teacher education through the Supervised Internship, perform experimental activities of Mathematics Research with Geogebra and contribute to the training of future teachers for the appropriate use of educational software Geogebra. For this, the trainees have developed research projects in that during the stage became theoretical studies, planned to issue research, we defined the objectives and developed to educational activities of Mathematics Research with Geogebra that were developed by the trainees in two public schools of Iporá. After the experimental classes examined whether there was involvement and the students had the opportunity to experience, raise conjectures, discuss, formulate answers, formalize and generalize and construct mathematical concepts producing experience reports / papers. Articles and self-assessments of trainees, along with the daily researcher in the area recorded during the monitoring of classes and during the meetings of the study group were objects of analysis of this study that aimed to analyze the mediation of trainees in the conduct of steps, introduction the subject, research and experimentation and discussion of the results, which are peculiar to the Mathematics Research classes. For it is a professional master's research has a product, it is a website to publicize the survey, which is significant because it represents a different way of working the stage as research and allow influence in teaching math Iporá and elsewhere to be an innovative way of teaching mathematics.

Keywords: Teacher Training. Pedagogical mediation. Mathematics Research. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: O ciclo Investigativo.....	59
Figura 02: As fases da aula de Investigação Matemática.....	66
Figura 03: Construções de ladrilhamentos comportados no Geogebra.....	132
Figura 04: Construção de um ladrilhamento feita por um dos alunos.....	133
Figura 05: Construção de polígonos e suas diagonais, feita por um aluno	136
Figura 06: Os polígonos que formam um ladrilho ao redor de dos vértices	140
Figura 07: Alunos desenvolvendo atividades em sala de aula.....	147
Figura 08: Divisão da elipse em trapézios	151
Figura 09: Construção de aluno: divisões da elipse em retângulos e triângulos.....	151
Figura 10: Formalizações dos alunos	152
Figura 11: Construção da prova do cálculo da área da elipse usando o Geogebra	153
Figura 12: Divisões da área desconhecida em trapézios	154
Figura 13: Esquema da profundidade de um rio	156
Figura 14: Estratégias de resolução de dois alunos do projeto	156
Figura 15: Alunos investigando o número de diagonais de um polígono	163
Figura 16: Construções no Geogebra para prova do cálculo das diagonais dos polígonos. ..	165
Figura 17: Deslocamento da parábola usando a função <i>animar</i> do Geogebra.....	180
Figura 18: Rastros da parábola quando se altera os valores de c	181
Figura 19: A interferência do coeficiente b na parábola	182
Figura 20: Esquema da situação problema elaborado por um aluno.....	185
Figura 21: O calculo das medidas de um quadrado no Geogebra.....	194
Figura 22: Investigando a área do quadrado no Geogebra.....	196
Figura 23: Testando a fórmula da área do quadrado no Geogebra	196
Figura 24: Construções e cálculo da área de retângulos usando o Geogebra	197
Figura 25: Investigando a área de triângulos no Geogebra	198
Figura 26: Construção de Tangrans de papel	204
Figura 27: Tangran construído no Geogebra.....	207
Figura 28: Estratégias diferenciadas para a construção de um quadrado no Geogebra	208
Figura 29: Alunos produzindo o relatório no projeto sobre propriedades dos polígonos	210
Figura 30: A discussão dos resultados no projeto sobre propriedades dos polígonos	113
Figura 31: O início da construção do cartão degraus centrais.....	214
Figura 32: O cartão degraus centrais.....	216
Figura 33: Estratégia usada pela estagiária na formalização das interações de fractais	217
Figura 34: Alunos em atividades no laboratório de informática.....	220
Figura 35: O fractal aplicado ao quadrado - construções de alunos.....	220

LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Medidas de lados e perímetros de quadrados.	136
Tabela 02: Soma dos ângulos internos de polígonos regulares.....	136
Tabela 03: Medidas de lados e perímetros de quadrados.....	195

LISTA DE APÊNDICES

APÊNDICE A: Versão final do produto desenvolvido durante a pós-graduação	269
--	-----

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

UEG – Universidade Estadual de Goiás.

G. E. – Grupo de Estudo formado pelos estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá.

CTS - Ciência Tecnologia e Sociedade.

ENEMAT – Encontro de Educação Matemática.

SEMIEDU – Seminário de Educação.

EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Educação Matemática.

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Incentivo à Docência.

MEC – Ministério da Educação e Cultura.

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

ANPED – Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação.

LDB – Leis de Diretrizes e Bases da Educação.

CNE – Conselho Nacional de Educação.

PPC – Projeto Pedagógico do Curso de Matemática.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	31
1 CAPÍTULO I - CARACTERIZAÇÃO E METODOLOGIA DA PESQUISA	39
1.1 Questões de pesquisa	39
1.2 Os objetivos da pesquisa	39
1.2.1 Objetivos Gerais	39
1.2.2 Objetivos Específicos	39
1.3 Os sujeitos da pesquisa	39
1.4 Tipo de pesquisa	41
1.5 Descrição dos procedimentos e instrumentos da pesquisa	42
1.5.2 A metodologia e os instrumentos dos estagiários	46
1.6 Atividades de pesquisa do projeto	46
1.7 O produto	48
2 CAPÍTULO II - AS IMPLICAÇÕES DO DESENVOLVIMENTO DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA NA SOCIEDADE E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	49
2.1 A visão da ciência construída historicamente	49
2.2 A educação científica e a escola.....	51
2.3 A escola, a Educação Matemática e o professor no século XXI	53
3 CAPÍTULO III - A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E A MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA COM FOCO NO ALUNO INVESTIGADOR	57
3.1 Os primeiros estudos sobre a Investigação Matemática.....	57
3.1.1 O termo Investigação Matemática e as etapas do processo investigativo	58
3.1.2 A Investigação Matemática e a organização do trabalho pedagógico	60
3.1.3 A condução pedagógica de uma aula de Investigação Matemática	65
3.1.4 A avaliação em uma aula de Investigação Matemática	68
3.2 A mediação pedagógica e o processo de construção do conhecimento	71
3.3 A mediação pedagógica e o papel do professor	71
3.4 A mediação pedagógica no ensino de matemática investigativo	73
3.5 A mediação pedagógica com foco na ação do aluno investigador	74
4 CAPÍTULO IV - OS SOFTWARES EDUCACIONAIS DE MATEMÁTICA E A ESCOLHA DO GEOGEBRA	77
4.1 A informática na Educação Matemática	77
4.2 Os <i>softwares</i> educacionais	79
4.3 Os <i>softwares</i> educacionais de Matemática	82
4.4 Ambientes de aprendizagem	83
4.4.1 Ambientes dinâmicos de Matemática	85
4.4.1.1 Os <i>softwares</i> de Geometria Dinâmica	86
4.5 A escolha dos critérios de avaliação de um <i>software</i> educacional	87
4.5.1 A escolha do <i>software</i> Geogebra nesta pesquisa	90
4.5.1.2 Características do Geogebra: um <i>software</i> de Geometria Dinâmica	92
5 CAPÍTULO V - O ESTÁGIO SUPERVISIONADO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UEG, CAMPUS IPORÁ	95
5.1 A reflexão/pesquisa na formação do professor	96
5.1.1 A formação de professores e os saberes da docência	97
5.2 O contexto das pesquisas educacionais no Brasil a partir da década de 1970	98
5.2.1 Cursos de licenciatura e seus desafios	100
5.2.2 A relação entre a formação docente e os saberes profissionais docente.....	102

5.3	O Estágio Supervisionado na formação do professor	106
5.3.1	A concepção de Estágio no Curso de Matemática da UEG/Iporá	107
5.4	Como se realiza o Estágio no curso de Matemática da UEG/Iporá	109
5.4.1	A articulação entre teoria e prática no Estágio do Curso de Matemática da UEG/Iporá.....	109
5.4.2	O Estágio Supervisionado do terceiro ano: um relato de experiência	110
5.4.3	A elaboração do projeto de pesquisa do estágio do quarto ano com a mediação pedagógica da pesquisadora	113
5.4.4	O Estágio Supervisionado do quarto ano do curso: a fase de regência	116
5.4.5	A metodologia da pesquisa realizada pelos estagiários	119
6	CAPÍTULO VI - A MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA DOS ESTAGIÁRIOS NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO O GEOGEBRA.....	126
6.1	A mediação pedagógica no Projeto Ladrilhar - uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para realização de Investigação Matemática com o <i>software</i> Geogebra.....	127
6.1.1	A mediação pedagógica da estagiária	127
6.1.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	133
6.2	A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra na formalização do cálculo de áreas desconhecidas por meio da regra dos trapézios	135
6.2.1	A mediação pedagógica da estagiária	135
6.2.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	158
6.3	A mediação pedagógica no Projeto Formalizando o total de diagonais de um polígono qualquer por meio da Investigação Matemática com o <i>software</i> Geogebra	160
6.3.1	A mediação pedagógica da estagiária	160
6.3.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica	170
6.4	A mediação pedagógica no Projeto O estudo do gráfico da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o <i>software</i> Geogebra.....	172
6.4.1	A mediação pedagógica da estagiária	172
6.4.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	187
6.5	A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra no ensino de áreas e perímetros de retângulos e triângulos para o quinto ano do ensino fundamental.....	189
6.5.1	A mediação pedagógica da estagiária	189
6.5.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	200
6.6	A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra no estudo das propriedades dos paralelogramos especiais.....	203
6.6.1	A mediação pedagógica da estagiária	203
6.6.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	212
6.7	A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o <i>software</i> Geogebra no estudo da Geometria Fractal	213
6.7.1	A mediação pedagógica da estagiária	214
6.7.2	Reflexões sobre a mediação pedagógica.....	223
7	CAPÍTULO VII – PERCEPÇÕES DOS ESTAGIÁRIOS SOBRE A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA, SOBRE A PROFISSÃO E SOBRE O ESTÁGIO SUPERVISIONADO.....	225
7.1	Percepções sobre a mediação pedagógica na Investigação Matemática	226
7.1.1	As fases da aprendizagem na Investigação Matemática	226
7.1.2	A formação docente e planejamento da Investigação Matemática	234
7.1.3	O ambiente de aprendizagem e a mediação do professor	237

7.1.4	A questão do tempo em uma atividade de Investigação Matemática	241
7.1.5	A falta de experiência: dificuldades e desafios	242
7.2	Percepções sobre o <i>software</i> Geogebra	230
7.3	Percepções sobre a profissão docente	246
7.4	Percepções sobre o Estágio Supervisionado em suas formações docentes	248
CONSIDERAÇÕES FINAIS		251
REFERÊNCIAS		261
APÊNDICES		269

INTRODUÇÃO

Desde a década de 1990 atuo como professora de Matemática na Educação Básica da Secretaria de Educação do estado de Goiás. Após cursar Licenciatura em Matemática, em 2004 passei a exercer também a função de docente do Ensino Superior na Universidade Estadual de Goiás (UEG), Campus Iporá, atuando na área de Educação Matemática, mas especificamente em disciplinas como Mídias na Educação, Metodologias de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado. Foi destas experiências pessoais na docência que surgiu a ideia de se fazer esta pesquisa. Assim, peço licença ao leitor para nesta introdução usar o verbo na primeira pessoa do singular.

Convivendo simultaneamente nos ambientes de ensino da Educação Básica e do Ensino superior, nas últimas décadas convivi com os desafios enfrentados nos dois níveis de ensino. Experimentei os desafios e conflitos da Educação Básica causados pelos baixos índices de notas obtidos pelos alunos em Matemática. Devido a este baixo rendimento dos alunos, atualmente se discute muito sobre este assunto e nos debates que acontecem periodicamente na escola em que atuo, é muito comum se procurar culpados. Nesta procura, não raras vezes ouve-se dizer que os Cursos de Licenciatura não têm dado conta das suas funções na formação de professores qualificados para atuar na sala de aula e que isto poderia explicar as dificuldades de aprendizagens dos alunos e as notas baixas.

Por outro lado, convivo com os problemas e desafios enfrentados pelo curso de Licenciatura e Matemática da UEG, Campus Iporá, que nos últimos anos vem sofrendo esvaziamento pela baixa procura dos jovens que cada dia menos se interessam pela profissão docente. Isto tem acontecido por motivos óbvios como, por exemplo, a crescente desvalorização do profissional docente que tem ocorrido nas últimas décadas, aumento do número de universidades que oferecem outros cursos que se apresentam como melhores possibilidades profissionais, aumento da oferta de cursos técnicos e de cursos na modalidade à distância, dentre outros. Dos que ali se ingressam, conforme identificado em documentos da secretaria, menos de 30%, prosseguem seus estudos até se formarem, sendo que muitos deles reprovam ou evadem do curso ainda na primeira série.

Ali também, não raramente se procura culpados e frequentemente a culpa recai na Educação Básica que não tem dado aos alunos ingressantes da universidade a formação mínima necessária para se ingressarem e permanecerem no ensino superior.

Não é objetivo neste trabalho encontrar culpados para tamanhos problemas, nem tampouco se tem a pretensão de resolvê-los. Contudo, foi levando em consideração as minhas

próprias vivências enquanto professora da Educação Básica e enquanto formadora de professores do curso de Licenciatura em Matemática e também me embasando em teóricos da área de formação de professores como Pimenta (1997), Pimenta e Lima (2008) Borba e Penteadó (2012), Valente (1993), Gravina e Santarosa (1998), Vaz (2012), Lorenzato (2009, 2010), Ponte (2004), Ponte; Brocardo e Oliveira (2013), dentre outros que tomei a iniciativa de elaborar o projeto de pesquisa que apresentaria na seleção do mestrado.

Os estudiosos acima citados são pesquisadores que defendem a formação docente tendo como base maior a construção de saberes a partir da pesquisa tendo como foco a proximidade entre teoria e prática, pela pesquisa ou a pesquisa da práxis. Cada um a sua maneira, defende o seu ponto de vista, entretanto todos têm em comum o argumento a favor a pesquisa como elemento importante na formação do professor. Defendem a formação docente por meio da construção da autonomia, da crítica, da reflexão e da pesquisa. Acreditam que a reflexão sobre a própria prática e o conhecimento da realidade escolar são essenciais para o desenvolvimento de uma prática docente consciente.

Para Pimenta (1997) e Pimenta e Lima (2008) o estágio é um componente curricular dos cursos de Licenciatura em que o aluno da universidade convive em dois importantes espaços de formação. Na Universidade se aprende os conteúdos específicos da área em que pretende atuar na docência, estuda teorias de ensino e aprendizagens e convive com a pesquisa sistematizada. A escola campo da Educação Básica é o seu espaço de reconhecimento da profissão em suas múltiplas facetas. Para estas pesquisadoras, o estágio deve ser trabalhado como pesquisa, a aprendizagem deve ser orientada pelo princípio metodológico geral fundamentado na ação-reflexão-ação e na resolução de situações-problemas.

De acordo com Valente (1993), Gravina e Santarosa (1998) e Borba e Penteadó (2012) e também de acordo com minha vivência como professora de Matemática, é consenso entre os professores desta disciplina que os *softwares* educativos permitem, dependendo das características do ambiente do programa e da capacidade de proporcionar ambiente interativo de aprendizagem podem auxiliar no estímulo ao raciocínio e a criatividade facilitando a compreensão dos conteúdos matemáticos. No entanto as atividades para o ensino de Matemática com a utilização de ambientes informatizados aparentemente não têm provocado reflexão nos alunos e valorizam demasiadamente manipulações e simulações dando pouco valor ao método investigativo com uso de provas e refutações no processo de construção do conhecimento.

Segundo Ponte (2004), Lorenzato (2009, 2010), Vaz (2012), Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) a tecnologia associada aos métodos investigativos de ensino aprendizagem podem ser eficientes no ensino e aprendizagem de Matemática. Para estes, o que diferencia o método investigativo, em especial a Investigação Matemática, das outras propostas metodológicas que se baseiam em atividades investigativas está no fato de que nesta proposta se propõe um tempo maior para as investigações que são realizadas pelos próprios alunos em fases bem definidas que são a exploração e formulação das questões de investigação, o levantamento das conjecturas, o refinamento das conjecturas pela realização dos testes e sistematização dos dados e a formalização Matemática e validação das conjecturas a partir da argumentação ou das demonstrações. A Investigação Matemática como metodologia de ensino se trata de uma proposta de trabalho pedagógico em que o aluno possa concretizar o conhecimento matemático por meio de aulas investigativas. Em que o professor consiga proporcionar um ambiente no qual o investigador possa por meio da sua própria ação construir seus conhecimentos.

Com base nestas ideias, quis apresentar então um projeto de pesquisa para o Mestrado Profissional para Educação em Ciências e Matemática com um tema de estudo que pudesse contribuir para a minha formação, para formação dos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá e que pudesse também contribuir na formação de conhecimentos matemáticos de alguns alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Para a elaboração da proposta primeiramente retomei as pesquisas realizadas pelos estagiários nos últimos anos para identificar quais são os grandes problemas relacionados ao Ensino de Matemática destacados em seus trabalhos finais de Estágio Supervisionado. Dentre os problemas identificados estão a concepção de que a Matemática é muito difícil, o uso excessivo da metodologia tradicional pelos professores, a pouca variedade no uso de recursos pedagógicos, o pouco uso de *softwares* matemáticos e outras tecnologias no ensino, insuficiente contextualização dos conteúdos que vise colocar o aluno como protagonista e trazer o contexto do seu dia a dia para a sala de aula e dificuldades no uso adequado da linguagem Matemática, que haviam sido identificados nas escolas campo pelos estagiários no período de observação participativa e semirregência. Apresenta então a proposta de desenvolvimento de um projeto sobre a Metodologia de Investigação com *softwares* educacionais de Matemática.

Foi daí que surgiu a ideia de realizar uma pesquisa qualitativa para responder a seguintes perguntas: A mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014 possibilitou a Investigação Matemática

em sala de aula? Como realizar a mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado? Com a proposta de que as ações do projeto se desenvolvessem por meio do Estágio Supervisionado com pesquisa em que os acadêmicos do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática do ano de 2014 desenvolveriam pesquisas sistematizadas sobre a Metodologia de Investigação Matemática com *softwares* educacionais tendo como sujeitos das suas pesquisas os alunos da Educação Básica. Mais tarde optamos pelo *software* educacional Geogebra.

Apresentei a ideia aos acadêmicos que prontamente aceitaram participar do projeto. Participaram inclusive de sua elaboração no ano de 2013. E posteriormente, no ano de 2014, elaboraram os seus próprios projetos de pesquisa. Contudo, nas propostas de todos eles o objetivo da pesquisa foi analisar o uso da Investigação Matemática com o *software* Geogebra como metodologia de ensino de conteúdos de Matemática. Tais pesquisas se desenvolveram nos espaços da universidade e da escola campo com a realização de aulas experimentais durante a fase de regência do estágio. O que diferenciou os projetos dos estagiários, uns dos outros, foram os conteúdos trabalhados, o nível de ensino e a escola campo em que se desenvolveu.

Em relação ao meu projeto o objetivo foi interpretar a mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014, buscando identificar as peculiaridades da Investigação Matemática em sala de aula e analisar o Estágio Supervisionado enquanto mediação entre a pesquisa e a formação docente. E criar um produto que se trata de um sítio na internet com informações sobre a realização e com resultados das investigações. Outros objetivos foram estimular a pesquisa como elemento importante na formação do professor, por meio do Estágio Supervisionado, realizar atividades experimentais de Investigação Matemática com o Geogebra e contribuir na formação dos futuros professores para o uso adequado do *software* educacional Geogebra.

A proposta foi de utilizar estágio como espaço de realização de pesquisa em que por meio da utilização das suas próprias experiências na escola como objetos de investigações os futuros professores tivessem a oportunidade de realizar reflexão e produzir conhecimentos relacionados à profissão docente. Partindo da formulação de um problema, passando pela coleta e análise de dados, identificando interrelações entre a prática e os fundamentos teóricos de forma que se propiciassem a formação de saberes e desenvolvimento de habilidades necessárias para o exercício da docência. Desta forma se construiriam conhecimentos por meio da integração entre teoria e prática e pesquisa e reflexão de forma a promover-se a "formação da capacidade para articular os conhecimentos teóricos à sua prática profissional e

de reflexão sobre a educação na sociedade em que se situa o papel do professor e do aluno na prática social dos indivíduos e a finalidade da ação pedagógica." (OLIVEIRA E PERES, 2013, p. 10).

A pesquisa se justificou pela possibilidade de contribuir para a minha formação enquanto docente da Educação Básica e enquanto docente universitária formadora de professores, colaborar na formação dos sete acadêmicos do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, futuros professores de Matemática e ainda contribuir para a ampliação dos conhecimentos matemáticos de mais de cem alunos da Educação Básica de duas escolas públicas da cidade de Iporá. Ao fazer reflexões sobre Estágio Supervisionado com pesquisa ainda traz contribuições para melhoria dos estágios na Universidade Estadual de Goiás.

O produto trata-se de um sítio na internet publicado no endereço <<http://geogebra dinamico.wix.com/geogebra>>, para tornar públicas todas as sequências didáticas desenvolvidas com uso da Investigação Matemática com o *software* Geogebra, bem com a avaliação deste *software* e a análise das atividades realizadas em sala de aula. Isto possibilitará a inserção da pesquisa no meio educacional de Iporá e região tendo ainda a possibilidade de contribuir em realidades escolares de outras localidades do país se considerado o alcance da internet.

Desta forma os resultados da pesquisa poderão contribuir efetivamente na melhoria do estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da, UEG Campus de Iporá como também de outras universidades que tenham foco na formação de professores e as atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a ela ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática.

Este trabalho está dividido em oito capítulos. O capítulo I contém identificação das características do projeto e da metodologia de pesquisa utilizada. Nele identifica-se as questões de pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a natureza, os procedimentos e instrumentos e as atividades pesquisa do projeto. Encontra-se ainda uma breve descrição do produto final desenvolvido.

O capítulo II traz uma análise das implicações do desenvolvimento da ciência e tecnologia na sociedade, na escola e na Educação Matemática da contemporaneidade. Identifica os desafios criados pelo desenvolvimento das ciências e tecnologia que provocaram profundas mudanças nas últimas décadas, no meio ambiente, nas relações sociais e nos modos de vida da população.

Este capítulo tem a finalidade provocar reflexão sobre as implicações advindas do conhecimento científico e tecnológico na vida das pessoas, na educação e no papel do professor, enfatizando as novas habilidades e competências esperadas do docente de Matemática da atualidade. Analisa as consequências educacionais destas transformações e pondera sobre como a Matemática se torna instrumento para a construção da cidadania no sentido de que estimula a produção e uso e apropriação crítica dos conhecimentos científicos e dos recursos tecnológicos em favor da formação crítica do aluno.

O capítulo III argumenta sobre a Investigação Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem e tem como objetivo especificar o que neste trabalho, definimos como Investigação Matemática e fazer uma breve reflexão sobre as peculiaridades que caracterizam esta metodologia de ensino, sobre as características do ato de investigar e sobre a mediação pedagógica necessária para a realização de aulas investigativas.

Faz reflexões sobre a metodologia de Investigação Matemática e a organização do trabalho pedagógico na condução de uma aula desenvolvida com esta metodologia de ensino. Discorre sobre as características da ação didática do professor mediador na condução da aula investigativa e na avaliação e destaca as vantagens da aula investigativa mediada no processo de construção do conhecimento dos alunos e na formação para a cidadania. Debate a mediação pedagógica e o processo de construção do conhecimento, provocando reflexões sobre questões como o papel do professor no ensino por mediação, a mediação pedagógica e ensino de Matemática por meio de atividades investigativas e a atividade docente com foco na participação do aluno e na sua própria ação de investigar.

O capítulo IV traz o resultado de estudos sobre os *softwares* educacionais, os ambientes de aprendizagens, os programas de geometria dinâmica e sobre o Geogebra. Apresenta uma pequena síntese histórica dos *softwares* educacionais e discorrendo sobre o uso de *softwares* como recursos pedagógicos identificando processos para a escolha dos critérios de avaliação de um *software* educativo. Faz uma reflexão sobre a necessidade de criação e uso de novos ambientes educacionais e identifica as características dos ambientes dinâmicos de ensino e aprendizagem Matemática proporcionados pelos *softwares* de Geometria Dinâmica como, por exemplo, o Geogebra.

Os temas em debate são os *softwares* educacionais de Matemática e os ambientes de aprendizagem bem com as características destes ambientes. Os ambientes dinâmicos de Matemática característicos dos ambientes de computadores, presentes em *softwares* interativos que permitem às pessoas que os manuseiam fazer construções de figuras e objetos, investigarem suas propriedades descobrindo conceitos matemáticos por meio da manipulação

dos elementos que constituem o objeto em estudo. Finalmente, levando em consideração as possibilidades pedagógicas dos *softwares* educacionais fazem considerações sobre a escolha dos critérios de avaliação de um *software* educacional explicitando as características técnicas e pedagógicas do Geogebra que foi o *software* dinâmico escolhido para a realização das aulas experimentais deste projeto.

O capítulo V apresenta reflexões sobre o Estágio Supervisionado na formação inicial dos futuros professores do curso de licenciatura em Matemática da UEG, Campus Iporá nos anos de 2013 e 2014. Apresenta o estágio como uma possibilidade de se desenvolver a capacidade investigativa, crítica e reflexivas no professor em formação por meio da realização de pesquisas que possibilitem que teorias e práticas sejam vivenciadas de forma indissociável. Argumenta sobre a importância da reflexão e da pesquisa na formação do professor e na construção dos saberes da docência. Dentre os pontos de reflexão constam dos desafios vivenciados na formação de professores, a construção de conhecimentos e saberes necessários à docência, a prática reflexiva da profissão, a formação inicial oferecida pelos cursos de licenciaturas a formação da identidade do professor e o perfil do professor pesquisador.

Inicialmente faz um breve estudo do contexto das pesquisas educacionais no Brasil a partir da década de 1970. A seguir identifica alguns desafios vivenciados nos cursos de Licenciatura e caracteriza a relação entre a formação de professores e os saberes profissionais docente. Caracteriza a concepção de Estágio Supervisionado no Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá fazendo a descrição de como se realiza o Estágio Supervisionado do Curso por meio da articulação entre teoria e prática.

Apresenta um relato de experiência do Estágio Supervisionado com pesquisa descrevendo as ações como o processo de elaboração do projeto de pesquisa do estágio do quarto ano do curso especificando como se realizaram as aulas experimentais durante a fase de regência dos acadêmicos. Descreve também a metodologia da pesquisa realizada pelos estagiários finalizando com os resumos dos projetos de pesquisas desenvolvidos no ano de 2014.

Exibe ainda um relato de experiência de como se realiza o Estágio Supervisionado do curso de licenciatura em matemática da UEG/Iporá. Descreve o Estágio Supervisionado do terceiro e do quarto ano desde a elaboração do projeto de pesquisa do estágio, mostrando com detalhes como se deu a elaboração dos projetos dos acadêmicos, a fase de regência e a metodologia da pesquisa realizada pelos estagiários.

O capítulo VI apresenta a análise das ações didáticas dos estagiários no desenvolvimento das atividades experimentais de Investigação Matemática como o *software*

Geogebra. Faz a análise da condução pedagógica nas aulas dos professores em formação, buscando identificar, no trabalho pedagógico realizado e nas suas ações didáticas, peculiaridades que caracterizam as aulas de Investigação Matemática.

O capítulo VII traz a análise de algumas afirmações dos licenciandos feitas principalmente durante os encontros dos grupos de estudos e retratadas no diário de campo da pesquisadora ou registradas nos seus artigos finais produzido no segundo semestre de 2014, buscando identificar suas percepções ou aprendizagens sobre a metodologia de Investigação Matemática no que se refere as fases da aprendizagem na Investigação Matemática, a formação do professor e planejamento de uma aula de Investigação Matemática, o ambiente de aprendizagem e a mediação do professor, a questão do tempo e as dificuldades e desafios decorridos da falta de experiência dos estagiários no que se refere à docência. Busca identificar ainda as percepções dos acadêmicos sobre o software Geogebra, sobre a profissão docente e sobre o Estágio Supervisionado.

Finalmente as considerações finais apresentam uma síntese dos temas tratados durante a pesquisa e buscando identificar se os objetivos foram alcançados. Pondera sobre a mediação pedagógica na Investigação Matemática, sobre o uso do software Geogebra como instrumento de aprendizagem, sobre a pesquisa como elemento importante na formação do professor, por meio do Estágio Supervisionado.

1 CAPÍTULO I - CARACTERIZAÇÃO E METODOLOGIA DA PESQUISA

Este capítulo contém identificação das características do projeto e da metodologia de pesquisa utilizada. Nele identificam-se as questões de pesquisa e os objetivos Gerais e específicos, a natureza, os procedimentos e instrumentos e as atividades de pesquisa do projeto. Encontra-se ainda uma breve descrição do produto final desenvolvido.

1.1 Questões de pesquisa

A pesquisa se desenvolveu buscando responder as seguintes perguntas: A mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014 possibilitou a Investigação Matemática em sala de aula? Como realizar a mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado?

1.2 Os objetivos da pesquisa

Os objetivos da pesquisa foram os seguintes:

1.2.1 Objetivos Gerais:

- Interpretar a mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014, buscando identificar as peculiaridades da Investigação Matemática em sala de aula e analisar o Estágio Supervisionado enquanto mediação entre a pesquisa e a formação docente.
- Criar um sítio na internet com informações sobre o projeto.

1.2.2 Objetivos Específicos:

- Estimular a pesquisa como elemento importante na formação do professor, por meio do Estágio Supervisionado.
- Realizar atividades experimentais de Investigação Matemática com o Geogebra.
- Contribuir na formação dos futuros professores para o uso adequado do *software* educacional Geogebra.

1.3 Os sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa são sete estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá. Destes, seis são jovens possuindo idade entre vinte e vinte e cinco anos e apenas um possui idade acima de quarenta anos.

Nenhum deles possuía experiências anteriores na docência até o momento da realização do Estágio Supervisionado. Dois deles participaram de programas de iniciação a docência, sendo que destes dois, um participou do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), que é um programa do Ministério da Educação que tem como objetivo antecipar o vínculo entre os futuros professores e das salas de aulas da rede pública por meio da articulação entre os cursos de licenciaturas, as unidades escolares e os sistemas de educação estaduais e municipais e outro participou como monitor do Programa de Bolsas Pró-licenciatura da UEG/Iporá que se trata de um programa de formação inicial para professores da educação básica instituído pelo Ministério de Educação (MEC), por meio da Secretaria de Educação Básica com o objetivo de contribuir para melhorar a educação no Ensino Fundamental e Médio. Assim este dois acadêmicos tiveram maior contato com as pesquisas científicas e com a sala de aula do que outros cinco estagiários que não tiveram outras experiências na docência que não fosse durante as atividades de estágio, nem antes e nem durante o curso.

Segundo afirmações deles próprios, apenas um dos sete acadêmicos se ingressou no curso de Licenciatura em Matemática com intenção de se preparar para a docência. A grande maioria, cinco deles, procurou o curso porque tinha afinidade com a disciplina de Matemática, queria aperfeiçoar os seus conhecimentos nesta área ou simplesmente porque diante da falta de opção, escolheu um curso que fosse oferecido gratuitamente e com possibilidades de prepará-los para os concursos públicos da área administrativa do governo ou de empresas privadas. Contudo, vale destacar que, ao concluir o curso, apenas um deles afirma que não pretende ser professor.

Todos eles afirmaram em algum momento, durante as atividades de estágio ou nos encontros para estudo, que ao se ingressar no curso tinham a opinião de que para ser professor de Matemática, o que precisaria mesmo era saber o conteúdo e que “prestar atenção às explicações e resolver listas de exercícios” era a única forma para se aprender esta disciplina. Entretanto, todos eles ao se autoavaliarem no final do Estágio Supervisionado afirmaram ter mudado de opinião sobre isto. Todos destacaram que atualmente entendem que para ser professor de Matemática é preciso “dominar os conteúdos da área”, contudo é preciso ter bom conhecimento das teorias de aprendizagem e “dominar as metodologias de ensino”, com

maturidade para serem capazes de escolher qual a metodologia e qual o recurso didático é mais adequado de acordo com a clientela e com o conteúdo a ser trabalhado.

1.4 Tipo de pesquisa

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa de cunho interpretativo porque se considera que os pesquisadores estiveram lidando com questões importantes relacionadas aos *softwares* educativos de Matemática, à Investigação Matemática como metodologia de ensino e sobre como usá-los pedagogicamente refletindo sobre o papel do professor mediador buscando percepções e entendimento sobre a natureza geral em relação ao ensino de Matemática numa perspectiva de que o conhecimento pode ser construído pela própria ação do aluno.

Em relação à qualificação da pesquisa, optou-se por utilizar a mesma ideia de Gracias; Penteado e Borba (2000) que consideram desnecessária a qualificação de uma pesquisa como pesquisa participante, pesquisa-ação ou colaboração. De acordo com estes autores que são referenciais teóricos desta pesquisa no que se refere ao uso das tecnologias na Educação Matemática e a formação de professores, estas expressões podem ser "usadas de várias maneiras e podem servir para rotular qualquer tipo de intervenção feita em sala de aula, não importando o tipo de reflexão desenvolvida acerca da prática e muito menos a participação do professor e dos envolvidos no desenho desta pesquisa." (GRACIAS; PENTEADO E BORBA, 2000, p. 31). Destacam ainda que embora a expressão "pesquisa qualitativa" tenha se tornado bastante utilizada não fica claro quais são os papéis e funções de quem colabora com o pesquisador nem real nível de envolvimento e trabalho destes colaboradores na pesquisa. Assim, por considerarem estas terminologias amplas demais optaram por não qualificarem as pesquisas que desenvolviam em escolas. (Ibid.).

Também ao verificar as obras de outros referenciais teóricos importantes utilizados como, por exemplo, Ponte (2004), Rocha e Ponte (2006), Cunha, Oliveira, Ponte (1995), Ponte; Oliveira, Brunheira, Varandas, Ferreira (1999), Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), Ponte; Brocardo e Oliveira (2013), que produziram obras baseadas em relatos de pesquisas realizadas em escolas com envolvimento de professores e alunos, não há em seus trabalhos menção sobre a qualificação da pesquisa.

Assim sendo esta pesquisa, semelhante aquelas realizadas por estes pesquisadores em que se utilizaram de situações de ensino e aprendizagem com envolvimento de alunos e professores com níveis diferenciados de participação, aqui também se optou por não fazer a

qualificação da pesquisa. Ao contrário de qualificá-la a escolha foi descrever detalhadamente como se deram as atividades, quais foram os instrumentos utilizados para coleta de dados e análises. Estas informações detalhadas colocam o leitor inteirado de como todo o processo se realizou.

1.5 Descrição dos procedimentos e instrumentos da pesquisa

A ideia do projeto foi apresentada aos acadêmicos no segundo semestre do ano de 2013. Tais acadêmicos eram estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG, Campus Iporá, que prontamente aceitaram participar da pesquisa inclusive participando da sua elaboração ainda no ano de 2013.

No início do ano de 2014, elaboraram os seus próprios projetos de pesquisa que tinham como objetivos analisar a metodologia de Investigação Matemática com o *software* Geogebra para o ensino de conteúdos de Matemática. As pesquisas se desenvolveram nos espaços da universidade e da escola campo com a realização de aulas experimentais durante a fase de regência do estágio. Os conteúdos trabalhados, o nível de ensino e a escola campo em que se desenvolveu foi o diferencial entre os projetos.

O estágio foi utilizado como espaço de realização de pesquisa em que por meio da utilização das suas próprias experiências na escola como objetos de investigações os futuros professores tiveram a oportunidade realizar reflexão e produção de conhecimentos relacionados à profissão docente. As pesquisas dos acadêmicos aconteceram no período de março a outubro do ano de 2014 de forma sistematizada, com uso de procedimento científico, partindo da formulação de um problema, passando pela coleta e análise de dados identificando inter-relações com conhecimentos dos fundamentos teóricos que propiciaram a construção de conhecimentos, formação de saberes e desenvolvimento de habilidades necessárias para o exercício da docência por meio a integração entre teoria e prática e pesquisa e reflexão.

Durante o Estágio Supervisionado planejou-se atividades de Investigação Matemática para serem feitas com o Geogebra que se desenvolveram em duas escolas públicas de Iporá. Tanto o *software* Geogebra quanto a metodologia de Investigação Matemática em sala de aula eram inicialmente desconhecidos dos acadêmicos, isto se verificou durante os diálogos iniciais realizados no grupo de estudo formado por todos os acadêmicos estagiários da quarta série do curso de Matemática.

O espaço de reflexão-ação se criou pela realização de atividades de Investigação Matemática em que os professores em formação juntamente com o pesquisador, desenvolveram aulas experimentais em que foram trabalhados conteúdos de Matemática. Durante estas aulas se coletou dados e informações que foram analisados dando origem a produção de relatos de experiências e artigos que foram apresentados em congressos relacionados à Educação Matemática e/ou a formação de professores.

Os estagiários sob mediação permanente da pesquisadora participaram de todas as etapas da pesquisa e foram colaboradores em todo o processo até a análise final, buscando nas suas próprias ações construir as suas formações como professores. Assim, no decorrer da pesquisa os futuros professores foram se tornando capazes de problematizar, analisar e compreender suas próprias práticas produzindo significados e conhecimentos que contribuíram para o crescimento pessoal e profissional possibilitando a transformação de práticas escolares e mudança nas concepções dos alunos em relação à Matemática.

Nesta perspectiva a pesquisa possibilitou aos acadêmicos a oportunidade para refletir sobre o ensino de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o uso dos *softwares* educacionais, em especial do Geogebra, como recursos de ensino e aprendizagem por meio da vivência das suas primeiras experiências na sala de aula em um contexto desafiador. Neste processo os futuros professores melhor qualificaram suas formações pelas suas próprias atuações e ainda contribuíram para mudanças de práticas pedagógicas dos professores parceiros. Assim também, aconteceu a formação dos acadêmicos estagiários para o uso do computador como recurso de aprendizagem por meio das suas próprias ações enquanto participantes da pesquisa.

1.5.1 Instrumentos de coleta de dados da pesquisadora

Para a análise das ações didáticas dos acadêmicos buscando identificar peculiaridades que caracterizam a Investigação Matemática em sala de aula e refletir sobre a utilização do Estágio Supervisionado como campo de pesquisa que são os objetivos principais desta pesquisa utilizou-se metodologia qualitativa que se baseou em parte na observação de situações da sala de aula em que as atividades investigativas se realizaram. Diante das circunstâncias, selecionou-se e analisou-se um conjunto de acontecimentos relacionados aos momentos da introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados conforme sugere Ponte; Brocardo e Oliveira (2013).

Nas análises utilizou-se também os artigos produzidos pelos acadêmicos, após a conclusão da pesquisa realizada no Estágio Supervisionado sobre o uso da Investigação Matemática com o Geogebra. As produções contêm as análises que eles mesmos fizeram das suas próprias aulas, sob a mediação constante da pesquisadora. As partes dos artigos deles analisadas neste trabalho foram principalmente as discussões dos resultados e as considerações finais, que estão transcritas em forma de citações diretas ou indiretas nesta dissertação sendo preservados autorias e coautorias.

Os trabalhos dos acadêmicos foram apresentados em congressos como o Seminário Educação (SEMIEDU) realizado em 2014, na Universidade Federal do Mato Grosso, em Cuiabá e IV Congresso de Educação - V G Seminário de Estágio e Encontro PIBID realizado na Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá/GO.

Utilizou-se ainda de uma autoavaliação escrita manualmente pelos alunos no mês de novembro de 2014 em que, depois realização da regência, eles avaliaram suas ações docentes destacando suas aprendizagens, fizeram reflexões sobre suas ações didáticas, suas dificuldades e forma de superação ao utilizarem a Investigação Matemática como metodologia de ensino. Nesta autoavaliação identificam-se também aspectos que consideraram positivos e negativos no uso desta metodologia de ensino.

Além dos artigos e da autoavaliação outro instrumento importante foi o diário de campo do pesquisador criado no decorrer das atividades coletivas de elaboração, aplicação e análises das atividades desenvolvidas na escola. O diário de campo do pesquisador se trata de um caderno utilizado para registros de falas, comentários e situações pedagógicas em dois locais distintos:

O primeiro local é aquele em que se desenvolveram as atividades experimentais das salas de aula em que os estagiários desenvolveram a regência. Durante o acompanhamento das aulas dos acadêmicos a pesquisadora fez anotações de situações pedagógicas peculiares à Investigação Matemática e aspectos relativos às ações didáticas dos alunos durante a regência. Fez ainda anotações de falas e comentários dos alunos participantes das aulas experimentais e de algumas situações específicas das aulas. O segundo local foi o Grupo de Estudos do qual participou todos os estagiários da quarta série do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá. As reuniões deste grupo aconteceram periodicamente na própria universidade desde o segundo semestre de 2013 até final do ano de 2014 e teve a finalidade a realização de estudos teóricos, planejamento dos projetos de pesquisa, elaboração das atividades didáticas que se desenvolveram nas escolas campo e por meio de debates, fazer a análise dos resultados finais das pesquisas.

Após a realização das aulas experimentais nas escolas, o grupo se reuniu na universidade para a avaliação das atividades docentes dos estagiários buscando identificar suas percepções, suas aprendizagens, peculiaridades das suas ações pedagógicas no que se refere à Investigação Matemática com o Geogebra, desenvolvidas no Estágio Supervisionado. Durante estas reuniões, no diário de campo do pesquisador anotaram-se as falas e comentários dos estagiários que foram utilizadas na pesquisa e estão transcritas nas análises das suas ações didáticas e das suas aprendizagens.

Algumas das aulas dos alunos e das reuniões do Grupo de Estudo foram filmadas para facilitar a identificação das ideias e aprendizagens dos estagiários mantendo a originalidade das suas falas. Em outras, fez-se durante os debates, as anotações das falas mais significativas que ao final foram conferidas e aprovadas pelos próprios participantes do grupo.

Comentários feitos no grupo de estudo são identificados nas análises como citações diretas ou indiretas em que a fonte foi identificada com o último sobrenome do autor do comentário seguido da identificação da informação de que se trata de um comentário verbal (AUTOR, COMENTÁRIO G. E., ANO). Tais comentários foram registrados no diário de campo da pesquisadora durante as reuniões do grupo de estudo ou foram identificados nos vídeos gravados durante os encontros e transcritos nas anotações do diário. As transcrições de trechos da autoavaliação estão em forma de citações diretas ou indiretas em que a fonte foi identificada com o último sobrenome do autor do trecho da autoavaliação seguido do ano (AUTOR, ANO). Utilizou-se a forma de referenciar para entrevistas proposta por (MANZINI, 2006).

As transcrições de falas e comentários e diálogos que aconteceram durante as aulas, entre estagiário docente e alunos da escola, aqueles que tiveram relevância na análise, estão transcritos preservando o conteúdo e com correções para a linguagem padrão e destacados em itálico e precedidos da identificação do autor da fala. Como autores das falas os alunos são representados por letras maiúsculas do alfabeto e os estagiários pelos seus últimos sobrenomes.

Quando se tratar dos trabalhos que resultaram das pesquisas dos licenciandos, estes tiveram a coautoria da pesquisadora que foi a mediadora da pesquisa e de outros professores parceiros nos sentidos de que orientaram a sistematização das pesquisas, ofereceram referenciais teóricos e mediação na aplicação, coleta e análise de dados. Tais trabalhos estão publicados no sítio do produto final da pesquisa e estão elencados nas referências dentre as obras utilizadas na pesquisa para facilitar o acesso do leitor.

As citações destes trabalhos finais produzidos e publicados em anais de eventos e/ou disponibilizados no sítio do produto foram colocadas nesta dissertação em forma de citação direta ou indireta em que na fonte se identifica os sobrenomes dos autores, seguidos do ano e da página em que se encontra o trecho citado (AUTOR, COAUTOR¹, COAUTOR², ano, pag.).

1.5.2 A metodologia e os instrumentos dos estagiários

A descrição detalhada da metodologia de pesquisa e dos instrumentos de coleta de dados que os estagiários utilizaram para desenvolver os seus projetos de pesquisas do Estágio Supervisionado está no capítulo V que trata do assunto "o Estágio Supervisionado na formação inicial dos futuros professores do curso de Licenciatura em Matemática da UEG, Campus Iporá, no subitem 6.3.4 que trata da metodologia da pesquisa realizada pelos estagiários para a realização das suas pesquisas sobre a metodologia de Investigação Matemática com o Geogebra para o ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática.

Contudo adianta-se que para análise das aulas experimentais os estagiários se basearam principalmente na observação de situações das salas de aula, selecionadas e analisadas como um conjunto de acontecimentos relacionados aos momentos da introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados característicos das atividades investigativas. Analisaram se houve envolvimento e se os alunos tiveram a oportunidade de experimentar, levantar conjecturas, discutir, formular respostas, formalizar e generalizar e provar conceitos matemáticos. Com a análise produziram relatos de experiência ou artigos científicos contendo o desenvolvimento das atividades, as suas próprias percepções e aprendizagens construídas.

1.6 Atividades de pesquisa do projeto

Desde o segundo semestre de 2013, formou-se um grupo de pesquisa na UEG/Iporá composto de sete futuros professores, acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática daquele campus. Os participantes do grupo se encontravam periodicamente para a realização de estudos, pesquisas e planejamento de atividades previstas, realização de estudos relacionados ao tema e à problemática, realização de Estudos e Seminários sobre a mediação da pesquisadora, professora de Estágio Supervisionado, sobre o uso do computador como recurso de ensino e aprendizagem com ênfase nos *softwares* educacionais e sobre a Investigação Matemática como metodologia de ensino proposta por Ponte, Brocado e Oliveira

(2013) e possibilidades de aplicação em atividades para serem desenvolvidas usando *softwares* educacionais.

Durante os encontros de Estágio Supervisionado foram planejadas as atividades pedagógicas de Investigação Matemática com o *software* Geogebra para as aulas experimentais. Tais atividades foram pensadas e elaboradas coletivamente pelo grupo de estudo sob a mediação da pesquisadora.

As atividades pedagógicas elaboradas pelos estagiários foram sequências de atividades didáticas nos moldes das sequências didáticas definidas por Libâneo (1994) que as define como um conjunto de atividades organizadas pelo professor com a intenção explícita de alcançar resultados relacionados ao domínio do conhecimento e das capacidades cognitivas. Tendo como ponto de partida para a sua realização, o nível de conhecimento em que os alunos possuem no momento da realização das atividades.

As aulas experimentais com um grupo de alunos de duas escolas públicas da cidade de Iporá Goiás aconteceram sob a mediação e supervisão da professora orientadora durante o Estágio Supervisionado dos acadêmicos do 4º ano de forma que eles puderam construir suas primeiras experiências na sala de aula em um contexto desafiador na formação como futuros professores pela agregação das experiências desta pesquisa aos conteúdos teóricos do curso e pela reflexão sobre o processo de ensino.

As aulas foram conduzidas pelos pesquisadores estagiários acompanhados da professora orientadora de estágio. Durante a realização das aulas os dados foram coletados pelos professores em formação por meio da observação direta e a descrição destas observações em fichas de acompanhamento em que foram registradas as falas, as produções, as construções dos alunos e as descobertas e situações inesperadas que aconteceram nas atividades realizadas. Também se levou em consideração as anotações dos alunos, da análise das atividades desenvolvidas durante as aulas e da participação individual e coletiva durante a construção e execução das tarefas. Paralelamente, a professora orientadora de estágio também fez as suas anotações em um diário de campo e fez a filmagem de algumas aulas.

Os estagiários fizeram a análise das aulas em dois momentos. Primeiramente fez-se uma análise por meio de um debate que aconteceu no grupo de estudo sob a coordenação da professora de estágio e em um segundo momento a análise aconteceu individualmente com a redação dos artigos finais. As análises dos dados coletados tiveram como objetivo avaliar a metodologia de Investigação Matemática com o *software* educacional Geogebra para o ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática. Foram avaliadas as situações em que os alunos desenvolveram as atividades investigativas identificando se houve envolvimento e se tiveram

a oportunidade de experimentar, levantar conjecturas, discutir, formular respostas, formalizar e generalizar e provar conceitos matemáticos.

A antepenúltima atividade desta pesquisa foi análise das ações didáticas dos acadêmicos buscando identificar, na mediação pedagógica, peculiaridades que caracterizam a metodologia de Investigação Matemática. Esta aconteceu por meio da leitura e análise dos trabalhos finais de estágio produzidos pelos alunos, pelo diário de campo do pesquisador (elaborado durante as aulas experimentais e durante as reuniões do grupo de estudo) e pela autoavaliação dos acadêmicos feita ao final dos projetos.

A penúltima atividade foi a análise de algumas afirmações dos licenciandos feitas principalmente durante os encontros dos grupos de estudos e retratadas no diário de campo da pesquisadora ou registradas nos seus artigos finais produzido no segundo semestre de 2014, buscando identificar suas percepções ou aprendizagens sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o software Geogebra, sobre a profissão docente e sobre o Estágio Supervisionado mediado pela pesquisa. A atividade final foi a criação do produto para a divulgação dos resultados.

1.7 O produto

O produto criado trata-se de um sítio na internet no endereço <<http://geogebRADINAMICO.wix.com/geogebra>> cujo objetivo é divulgar as sequências didáticas desenvolvidas nas escolas campo com uso da Investigação Matemática com o software Geogebra. Divulgar também uma avaliação do software Geogebra e a análise das atividades realizadas em sala de aula. As atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros e contribuir para reflexões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o *software* educacional Geogebra ou sobre o Estágio Supervisionado com pesquisa.

O sítio apresenta também detalhes sobre como se deu a realização da mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá, nos anos de 2013 e 2014.

Maiores informações sobre o produto estão no apêndice A deste trabalho.

2 CAPÍTULO II - AS IMPLICAÇÕES DO DESENVOLVIMENTO DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA NA SOCIEDADE E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os novos desafios criados pelo desenvolvimento das ciências e tecnologia nas últimas décadas provocaram profundas mudanças no meio ambiente, nas relações sociais e nos modos de vida da população.

Este capítulo tem como finalidade provocar reflexão sobre as implicações advindas do conhecimento científico e tecnológico na vida das pessoas, na educação e no papel do professor, enfatizando as novas habilidades e competências esperadas do docente de Matemática da atualidade.

Analisa as consequências educacionais destas transformações levando em conta que a escola deve se comprometer com um ensino de qualidade e com a construção da cidadania e como as práticas educativas precisam se adequar às necessidades sociais, culturais, políticas, econômicas da realidade brasileira de forma que nos processos educativos seja possível garantir as aprendizagens mínimas para a formação de cidadãos críticos, participativos, autônomos e capazes de atuar com responsabilidade e competência no meio social em que vive. Nesta perspectiva pondera sobre como a Matemática se torna instrumento para a construção da cidadania no sentido de que estimula a produção, uso e apropriação crítica dos conhecimentos científicos e dos recursos tecnológicos em favor da formação crítica do aluno.

2.1 A visão da ciência construída historicamente

Historicamente algumas teorias científicas permaneceram como verdades inquestionáveis durante séculos a visão de uma ciência independente e isolada dos conflitos ainda continua nos dias atuais. Nesta ideia, os conhecimentos científicos não sofreriam interferências sociais e políticas externas nem seriam influenciados pelo meio ou pela visão de mundo do cientista.

Inserindo o conhecimento científico e a ciência no contexto histórico e sociocultural surgem inúmeros questionamentos em relação à neutralidade desta ciência e sobre até que ponto é possível ao cientista ser imparcial quando se considera que na esfera social em que ele vive não está livre das influências das questões ideológicas, das questões sociais, políticas e econômicas daquele meio.

No decorrer da história esta visão de ciência tem sido desmistificada porque se considera que o pesquisador estando inserido no meio social não poderia ser totalmente neutro, visto que, convive com valores morais e possui visões de mundo construídas em meio às classes sociais, seus conflitos e lutas. Então, segundo Fourez (1995) ele não poderia eliminar por completo estas influências do seu meio nas suas pesquisas. Destacando ainda que se faz necessário modificar a visão de ciência construída historicamente e para valorizar o seu caráter construído pelo homem, desmistificando a crença de que a ciência seja totalmente neutra. Questiona também a visão que trata o conhecimento científico como algo indiscutível porque considera que seria impossível a ciência chegar a uma última verdade inquestionável. Faz isso, não com a intenção de negar o valor da ciência, mas porque para ele os fatos não são neutros, estão relacionados à cultura e a linguagem.

Neste pensamento, as observações e as teorias científicas seriam construídas por "sujeitos" sociais, que estão politicamente inseridos em um contexto, logo não seriam isentas da interferência do meio. Para Fourez (1995, p. 189) "em geral de uma maneira inconsciente as pessoas veiculam ideologias [...] e as representações ideológicas por nós veiculadas existem independente de nossas intenções".

Assim, o resultado provisório de uma pesquisa em um determinado período histórico e social estaria sujeito à todas as ideias e valores presentes na sociedade. O conhecimento científico estaria impregnado de valores e os cientistas, conscientes desta realidade, devem se organizar no meio em que vive para alcançar o conhecimento verdadeiro e objetivo.

Esta situação torna o conhecimento científico relativo e provisório. Passível de ser modificado porque mesmo que já tenha sido aceito, ele não seria definitivo e permaneceria em condições de ser questionado e colocado em dúvida.

A discussão em relação aos vários aspectos do progresso da ciência ainda perdurará por muito tempo em razão do fato de que as tecnologias continuam crescendo e encontrando a cada dia novas formas de fazer as informações chegar até as pessoas, entrando em suas casas e criando novas questões sobre a liberdade e sobre o modo de produção, trabalho e consumo no sistema capitalista. E por consequência, novas questões também são levantadas sobre o desenvolvimento científico e as implicações educacionais estão surgindo no decorrer da história.

Os novos desafios criados pelo desenvolvimento das ciências e tecnologia estão provocando profundas mudanças no meio ambiente, nas relações sociais e nos modos de vida da população. Diante deste fato o objetivo do capítulo é analisar as consequências educacionais advindas do desenvolvimento científico e provocar reflexões sobre o

desenvolvimento das ciências, sobre os efeitos desta expansão científica e tecnológica na vida das pessoas, na educação e no papel do professor, dando ênfase às novas habilidades e competências esperadas do docente de Matemática na atualidade.

2.2 A educação científica e a escola

As revoluções científicas e tecnológicas provocaram consequências drásticas na sociedade mudando o rumo da história que podem ser observadas nas mudanças culturais e sociais e no desenvolvimento da ciência e da tecnologia. Com a vulgarização científica houve a disseminação de informações relacionadas aos assuntos da ciência para o público não especializado tornando possível que a linguagem usada pelos cientistas se apresentasse de forma simplificada e acessível para as pessoas comuns. E foi por meio dos esforços nesse processo que a ciência passou a fazer parte do cotidiano das pessoas. O que não quer dizer que estas pessoas tenham consciência em relação à construção de tais conhecimentos ou que sejam capazes de agir criticamente. Para Cachapuz:

[...] a posse de profundos conhecimentos específicos, como os que têm os especialistas num determinado campo, não garante a adoção de decisões adequadas, mas garantem a necessidade de enfoques que contemplem os problemas numa perspectiva mais ampla, analisando as possíveis repercussões a médio e a longo prazo, tanto no campo considerado como em qualquer outro. É deste modo que podem contribuir pessoas que não sejam especialistas, com perspectiva e interesses mais amplos, sempre que possuam um mínimo de conhecimentos científicos específicos, sem os quais é impossível compreender as opções em jogo e participar da adoção de decisões fundamentadas. (2005, p. 23).

Nesta perspectiva, hoje há grande preocupação em relacionar a formação da cidadania à divulgação do conhecimento científico, alimentando a ideia de que no mundo atual, tem maior valor quem tiver acesso a maior quantidade de informação que o torne capaz de agir com responsabilidade em suas decisões, de modo crítico e consciente.

As consequências do desenvolvimento tecnológico e científico em relação aos impactos ambientais, ao papel social, às modificações causadas pela atividade científica e pelo desenvolvimento das tecnologias, juntamente com as questões éticas envolvidas nesse processo e com a ausência da participação popular nas decisões públicas motivaram a criação do movimento CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade) que surgiu no Brasil, entre as décadas de 1960 e 1970.

Na proposta desse movimento a Educação Científica é apresentada como sendo um dos mais importantes meios de progresso tecnológico e econômico das sociedades e é apontada como fundamental para o desenvolvimento integral dos alunos, tanto no nível

cognitivo, como da preparação para a cidadania. Esta preparação para a cidadania está relacionada à formação crítica para a participação social nas decisões públicas. Para Cachapuz (2005, p. 27) "[...] tal participação, temos que insistir, reclamam de no mínimo de formação científica que torne possível a compreensão dos problemas e das opções de solução".

Um dos principais campos de ação e de pesquisa do enfoque CTS está relacionado ao ensino e educação. Propõe mudanças na estrutura curricular dos conteúdos, nas metodologias de ensino de ciência, na formação de professores, na relação escola e tecnologias e nas formas de vinculação das concepções científicas que nesta proposta passam a ser vinculadas ao meio social.

As propostas de mudanças para o ensino de Ciências apresentadas têm o objetivo de melhorar a formação dos alunos no que se refere ao pensamento científico. Isto porque, durante um longo tempo, o conhecimento científico foi considerado neutro e não havia questionamentos quanto à verdade científica que era perfeita e inquestionável. A qualidade do ensino era definida, pela quantidade de conteúdos transmitidos. A função do professor era conseguir transmitir os conhecimentos da ciência acumulados historicamente pela humanidade.

Para Vaz; Fagundes e Pinheiro (2009, p.100) "atualmente com o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, estão havendo diversas transformações na sociedade contemporânea, onde reflete em mudanças nos níveis econômicos." De acordo com as novas propostas de ensino não seria mais suficiente a transmissão de conceitos e conteúdos sendo necessário que a formação do aluno o leve a ser crítico. Que saiba questionar o próprio conhecimento da ciência, as vantagens e desvantagens do avanço do conhecimento científico, às relações entre conhecimento e poder e entre ciência, tecnologia e sociedade. Que seja questionador também em relação aos usos que o homem faz do conhecimento científico e as relações de poder envolvidas neste uso.

Logo são necessárias mudanças em relação às atividades de ensino, ao papel do docente e dos alunos e principalmente no que se refere à formação dos professores. Nesse sentido Cachapuz (2005, p. 10) propõe "a renovação do Ensino de Ciências necessita, não só de uma renovação epistemológica dos professores." Necessita também de mudanças no perfil do professor, requer renovação didática, inovação nas metodologias das aulas, no material didático, nos programas de atividades e no currículo.

A Educação Científica é fundamental na preparação para a cidadania, preparação esta, que passa pela educação escolar e está relacionada à formação crítica para a participação social nas decisões públicas. Atualmente é possível identificar a importância do enfoque CTS

currículos escolares com o objetivo de assegurar uma formação mais crítica aos alunos. Esta preocupação educacional está de acordo com Vaz; Fagundes e Pinheiro (2009, p. 14) quando afirmam que o indivíduo constrói a sua formação cidadã “[...] não só conhecendo seus direitos e deveres, mais tendo uma visão crítica da sociedade em que vivem, trazendo amplos seguimentos sociais, culturais, religiosos e políticos com as novas imagens da ciência e da tecnologia, melhorando sua realidade neste contexto.”

Enfim, para que esta formação cidadã aconteça se faz necessário que o docente seja capaz de estimular a curiosidade e o espírito investigador do aluno proporcionando a este a oportunidade para, que aprenda a observar a realidade concreta do mundo por meio da ciência e da tecnologia.

2.3 A escola, a Educação Matemática e o professor no século XXI

O que se espera da escola do século XXI é que seja capaz de contribuir para o desenvolvimento dos diversos pensares científicos, políticos, analíticos e reflexivos de forma tornar possível que a aprendizagem dos alunos os tornem capazes de serem críticos em relação aos problemas sociais, políticos, econômicos do país, sendo questionadores sobre os processos de produção do conhecimento da ciência e da tecnologia e como estes conhecimentos interferem na sociedade e na qualidade de vida das pessoas. De acordo com Cachapuz (2005, p. 23) a participação do cidadão nas tomadas de decisões “necessita por parte dos cidadãos, mais que um nível de conhecimento muito elevado, a vinculação de um mínimo de conhecimentos específicos, perfeitamente acessível a todos, com abordagens globais e considerações éticas que não exigem especialização alguma.

A pesquisa em sala de aula desenvolve práticas com o objetivo de tornar o aluno sujeito da sua aprendizagem, por meio de relações mais democráticas e cidadãs. Esse modo de aprender ocorre na sala de aula com base no contexto do aluno e visa a desenvolver capacidades de pensar, de aprender a aprender e de buscar qualidade formal e política.

O conhecimento científico aprendido na escola deve preparar os alunos para se tornarem sujeitos das suas aprendizagens desenvolvendo suas capacidades de pensares individuais e grupais, de aprender a aprender e de ação política. Assim, conscientes do seu papel social, estejam aptos a interferir nas tomadas de decisões da comunidade em que vivem se posicionando de maneira crítica participando politicamente e socialmente dos problemas do seu meio social.

Levando em conta que Educação Matemática não está isolada deste contexto, para Pais (2013, p. 14) "os valores que justificam a existência da Matemática escolar implicam a escolha de estratégias compatíveis com os objetivos mais amplos da educação, cujo sentido ultrapassa o contexto de uma disciplina e envolvem aspectos mais amplos".

Nesta ideia, é necessário que o ensino deixe de se fundamentar na transmissão de conhecimentos por meio do professor e do livro didático como conhecimento pronto e acabado, passando a partir de situações problemas, abertas para debates que sejam interessantes e relevantes para quem estuda que como "ser" pensante irá construir seu próprio conhecimento.

Faz-se necessário a criação de currículos e programas planejados e adequados, de proposta pedagógica clara e baseada em princípios filosóficos definidos, de métodos e materiais didáticos apropriados incluindo laboratórios de ciência e informática e professores especializados são necessidades da escola.

O professor precisa estar comprometido com a formação de cidadãos e o hábito de questionar os alunos deve ser uma prática inerente à docência para incentivar nos alunos posturas críticas, questionadoras, construtivas, solidárias e comprometidas e que tenham alicerce no pensamento e conhecimento científico bem fundamentado. Conforme afirma Cachapuz (2005, p. 10) "para uma renovação do ensino, precisamos não só de uma renovação epistemológica dos professores, mas que essa venha acompanhada por uma renovação didático-metodológica de suas aulas. Destacando que "agora não é só uma questão de tomada de consciência e de discussões epistemológicas, é também necessário um novo posicionamento do professor em suas classes para que os alunos sintam uma sólida coerência entre o falar e o fazer." (Ibid.).

Em relação à Educação Matemática, as mudanças necessárias para que se efetive um ensino adequado sofre influência de muitas variáveis e necessitando haver reformulação nas diretrizes e objetivos da formação de professores e redefinição de métodos, expansão dos atuais campos de pesquisa, criação e diversificação de estratégias, incorporação do uso qualitativo das tecnologias digitais e, ainda de uma boa dose de disponibilidade para revirar concepções enrijecidas pelo tempo." (PAIS, 2013, p. 13).

O educador da atualidade precisa ter habilidades e competências que antes não eram consideradas tão relevantes para os profissionais desta área. Necessita conhecer as teorias e questões sociais, ter uma boa preparação no campo especializado em relação aos conhecimentos específicos da Matemática e à didática de Matemática, ter uma boa noção das múltiplas possibilidades do uso das tecnologias como ferramentas de ensino e aprendizagem e

conhecer metodologias de trabalho ativas para promover a aprendizagem e criação de sentimento de necessidade de descobrir e investigar por si próprios sendo capaz de se tornar produtor e coprodutor de conhecimentos. (LORENZATO, 2009).

E isto é reforçado nos Parâmetros Curriculares Nacionais ao destacar que quando se refere a formação básica para a cidadania significa “refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais.” (BRASIL, 1998, p. 26). Destacando que “assim, é importante refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem a oferecer com vistas à formação da cidadania.” (Ibid.).

Desta forma, o papel deste profissional deixa de ser o de simplesmente dar respostas, ou repassar conteúdos, afirmar certezas passando a ser o de criar dúvidas, fazer perguntas, para o aluno também a pensar e a perguntar para si e para outros deixando de ser transmissor de conhecimento e passando a ser o de mediador que instiga e acompanha enquanto o aluno constrói.

De acordo com Skovsmose (2001) o ensino de Matemática em uma visão crítica poderia voltar-se para o ato de educar matemático em que o educar matematicamente teria com objetivo central levar os alunos a compreender as situações do cotidiano utilizando os conhecimentos matemáticos construídos para solucionar problemas da vida.

como cidadãos do futuro, alunos terão que enfrentar muitos problemas do mundo real que parecem não ser matematicamente claros... O cidadão é competente para distinguir entre inferências Matemáticas necessárias e os pressupostos de modelagem dependentes de interesses? Pode-se esperar que colocar mais atenção na qualidade da negociação do significado matemático na sala de aula pode melhorar a educação do “leigo competente”. (VOIGT 1998, p. 195 apud , SKOVSMOSE, 2000, p. 18).

Nesta perspectiva a Matemática se torna um instrumento para a construção da cidadania no sentido de que estimula a produção e uso e apropriação crítica dos conhecimentos científicos e dos recursos tecnológicos.

Pensando assim, no contexto atual a postura tradicional do professor frente ao ensino de Matemática não é suficiente e ele se depara com a necessidade de tornar as aulas desta disciplina mais produtivas, despertar o espírito crítico dos alunos para que tenham autonomia e criatividade e que sejam capazes de ter iniciativas próprias e tomar decisões diante de variadas situações do cotidiano.

Segundo Lorenzato (2010, p. 08) "refletir sobre a sua prática docente e manter-se atualizado pode ser um caminho pra adquirir a lucidez crítica que a análise das modas exige."

O professor precisa usar de senso crítico e estar preparado para lançar mãos de metodologias inovadoras, que venham despertar nos alunos a percepção de que são capazes de aprender Matemática e o uso de materiais alternativos e dentre eles os *softwares* educacionais podem contribuir muito para despertar para o saber matemático.

Como diz Lorenzato (2010, p. 15) "no passado, professor era sinônimo de autoridade, fora e dentro da sala de aula. Por isso, muitos professores davam suas aulas como donos da verdade, cabendo aos seus alunos apenas ouvirem e obedecerem." Ainda hoje perduram posturas autoritárias e reprodutivistas que são reflexos desta época. Nos dias atuais, o professor que ainda faz este tipo de prática, precisa mudar sua postura e a sua forma de atuação na sala de aula, repensar suas atitudes e suas concepções e práticas tradicionais, conteudistas, passivas, relativas à Matemática e ao processo de ensino-aprendizagem se colocando a intermediar as situações apontando caminhos que venham propiciar o saber matemático. Situações estas, em que o professor assume o papel de mediador oferecendo um leque maior de conhecimento reservado aos alunos, orientando estes a pesquisarem e buscarem meios para serem utilizados para facilitar suas aprendizagens.

Enfim, no contexto da educação atual a escola deve estar comprometida com um ensino de qualidade e com a construção da cidadania. Segundo Skovsmose (2001) a prática educativa precisa estar adequada às necessidades sociais, culturais, políticas, econômicas da realidade brasileira, que leve em conta os interesses e as motivações dos alunos e garantindo as aprendizagens mínimas para a formação de cidadãos críticos, participativos e autônomos que sejam capazes de atuar responsabilidade e competência no meio social em que vive. O professor, precisa estar comprometido com a formação de cidadãos

Em relação ao ensino-aprendizagem de Matemática, o professor da atualidade precisa de acordo com Skovsmose (2001) e Lorenzato (2010) deve ter novas habilidades e competências profissionais. Deve estar consciente da necessidade de provocar a construção individual e coletiva do conhecimento, mediante questionamento sistemático. Que ao questionar, problematizar, conscientemente deve levar o aluno ao questionamento, a reflexão e a construção de novas aprendizagens. Desta forma, o papel deste profissional deixa de ser o de simplesmente dar respostas, ou repassar conteúdos, afirmar certezas passando a ser o de criar dúvidas, fazer perguntas, levando o aluno também a pensar e a perguntar para si e para outros deixando de ser transmissor de conhecimento e passando a ser o de mediador que instiga e acompanha enquanto o aluno constrói.

3 CAPÍTULO III - A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E A MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA COM FOCO NO ALUNO INVESTIGADOR

Este capítulo tem como objetivo especificar o que neste trabalho, definimos como Investigação Matemática e fazer uma breve reflexão sobre as peculiaridades desta metodologia de ensino e sobre as características do ato de investigar. A fim de colocar em debate a mediação pedagógica e o processo de construção do conhecimento, provocando reflexões sobre questões como o papel do professor no ensino por mediação pedagógica e o ensino de Matemática por meio de atividades investigativas e a atividade docente com foco na participação do aluno e na sua própria ação de investigar.

3.1 Os primeiros estudos sobre a Investigação Matemática

Os primeiros estudos sobre a Investigação Matemática se desenvolveram em Portugal, Universidade de Lisboa. Um dos primeiros estudiosos e divulgador desta teoria foi João Pedro da Ponte que publicou os seus primeiros trabalhos nas décadas de 1980 e 1990.

Nestas mesmas décadas e nas décadas seguintes este pesquisador fez estudos e publicações em parceria com outros importantes estudiosos como Hélia Oliveira, Alexandra Rocha, Helena Cunha Lina Brunheira, José Manuel Varandas e Joana Brocardo. De acordo com estes autores a Investigação Matemática em sala de aula cria possibilidades desafiadoras tanto na para alunos que aprendem quanto para o professor que ensina e aprende em um processo mútuo.

Dentre as principais ideias difundidas nos estudos encontrados pode se destacar as de Rocha e Ponte (2006), Cunha, Oliveira, Ponte (1995), Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas, Ferreira (1999), Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), que defendem a realização de investigações Matemáticas em qualquer nível de ensino em uma forma de investigar que permita aos alunos analisarem e pesquisarem buscando compreender as construções Matemáticas por meio da criação e formulação de hipóteses, justificação de conjecturas e respostas, a argumentação e contra-argumentação. Possibilitando assim a reorganização dos conceitos matemáticos que possui e a formação de novos conceitos.

No Brasil os estudos mostram que a Investigação Matemática é uma estratégia metodológica que produz bons resultados nas aprendizagens dos alunos. Os destaques são Fiorentini e Lorenzato (2006), Mendes (2009), Lorenzato (2010), mendes, (2009) que defendem as atividades investigativas que apresentem questões abertas, que possibilitem a

exploração com variadas possibilidades de construção de significados. Para estes estudiosos, o processo de investigação deve permitir aos alunos problematizar, formular questões e conjecturas, realizar testes e tentativas em busca de demonstração ou prova de conjecturas que os levem a formalizações e formação de conceitos matemáticos.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), além de Portugal e Brasil as atividades investigativas de Matemática aparecem em estudos de outros países como Estados Unidos da América, Inglaterra e França. Contudo, neste trabalho, o estudo se restringirá basicamente às obras de autores e portugueses e brasileiros e documentos oficiais do Brasil.

3.1.1 O termo Investigação Matemática e as etapas do processo investigativo

O significado do termo investigação usado neste trabalho se assemelha ao sentido da palavra investigar encontrada nos dicionários da língua portuguesa que definem o investigar como sendo o ato de seguir os vestígios de; pesquisar; Proceder a diligências; empenhar-se em descobrir; analisar, averiguar, estudar, examinar, explorar e indagar. Procurar conhecer o que é ignorado. No entanto, apesar das semelhanças, quando se fala em investigar em Matemática trata-se de uma metodologia de ensino e aprendizagem de um processo de investigação bem distinto que envolve fases de aprendizagem bem específicas.

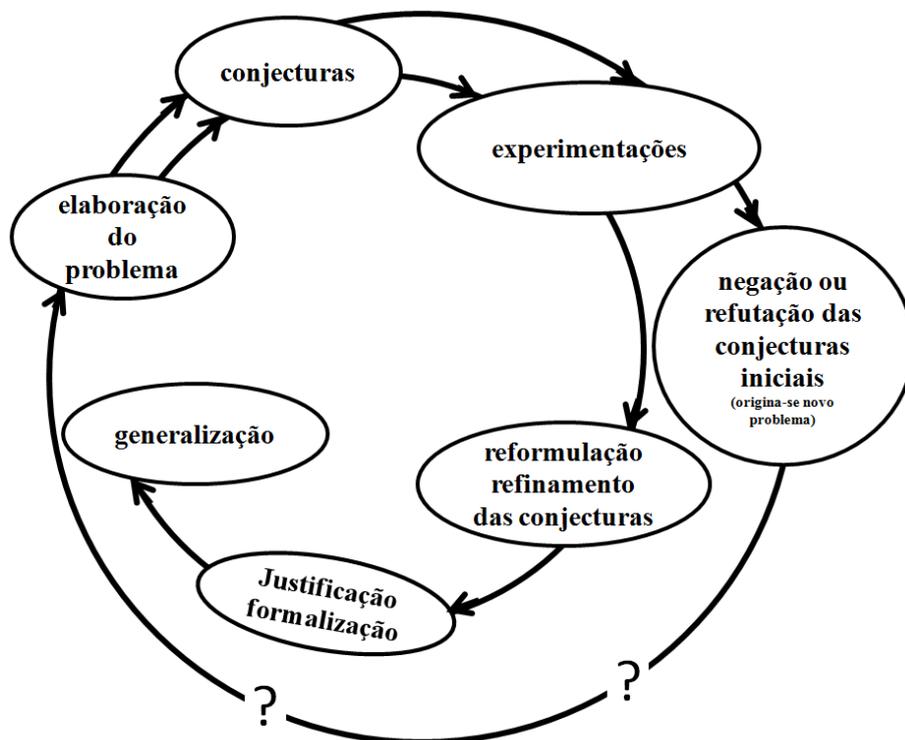
No trabalho pedagógico "o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor." (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2013, p. 23) . E de acordo com Gravina e Santarosa o que diferencia a investigação do aluno é o fato de que "da criança ao matemático profissional, os objetos mudam de natureza: de físicos passam a abstratos, mas continuam guardando uma 'concretude', dada pela representação mental, figural ou simbólica, a eles associada". (1998, p. 77).

Segundo Ponte; Brocardo e Oliveira:

[...] a realização de uma investigação Matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro envolve o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado. Estes momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste, etc. (2013, p. 20).

De acordo com proposta apresentada por estes autores as fases de aprendizagem poderiam ser representadas por meio de um ciclo investigativo. As fases da aprendizagem na Investigação Matemática estão representadas no ciclo da figura 01.

Figura 01: O ciclo Investigativo.



Fonte: Esquema elaborado pela a autora.

Nesta perspectiva ato de investigar em Matemática se assemelha ao modo como os matemáticos fazem as suas descobertas. Um matemático "em seu estágio avançado de pensamento formal, 'age' sobre seus objetos de investigação: identifica, em casos particulares regularidades que se generalizam; testa suas conjecturas em novos casos particulares; e finalmente aventura-se na tentativa de demonstração. (GRAVINA E SANTAROSA, 1998, p. 77).

Ao analisar uma experiência de Investigação Matemática como o *software* Geogebra, Vaz (2012) relata que a primeira fase do que neste trabalho será chamado de ciclo investigativo de uma Investigação Matemática em sala de aula é a experimentação. A segunda fase do processo seria levantar conjecturas relacionadas às primeiras experimentações, "conjecturar significa que depois de perceber as relações oriundas da experimentação é possível vislumbrar propriedades, relações, resultados gerais." (VAZ, 2012, p. 41). A terceira fase seria a formalização que seria a demonstração Matemática da conjectura levantada. A última etapa seria a generalização do resultado, isto é, "[...] investigar

outras situações pertinentes, situações particulares, enfim, explorar o alcance do resultado obtido.” (Ibid.).

Nesta pesquisa o termo Investigação Matemática caracteriza a metodologia de ensino de Matemática estruturada nas fases do que será chamado ciclo investigativo em que o processo investigativo passa pela de formulação de problemas, realização de teste e formulação de conjecturas, à argumentação, formalização e generalização dos conceitos matemáticos. Assim está de acordo com Vaz (2012) está também de acordo com Gravina e Santarosa (1998, p. 73) quando dizem que “no contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o ‘fazer Matemática’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar.” Destacando que nesta proposta o aluno tem papel ativo “diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de ‘fatos’, geralmente na forma de definições e propriedades.” (Ibid.).

O as fases investigativas apresentadas por Vaz (2013) e Gravina (1996) e Gravina e Santarosa (1998) estão de acordo com a proposta de Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) em que o processo de investigação estrutura-se na vivência de fases bem determinadas que podem ser identificadas em momentos específicos ou podem acontecer simultaneamente durante o processo investigativo. Para que a ação investigativa aconteça primeiramente torna-se necessário o reconhecimento da situação e a sua exploração inicial. Desta exploração preliminar é que surgirão as questões ou a questão de investigação. Definido o problema, a próxima fase é a do levantamento hipótese e formulação das conjecturas que poderão ser refinadas, confirmadas ou negadas na fase seguinte que é a fase da experimentação e realização de testes. Após, a experimentação se realiza a argumentação e a demonstração que pode confirmar ou não as conjecturas formuladas. Este processo se assemelha a um ciclo de aprendizagem que neste trabalho será chamado ciclo investigativo e que será mais bem especificado no final deste capítulo.

Ainda de acordo com estes autores, durante a fase da experimentação a questão problema inicial poderá se resolver ou não, podendo surgir novas perguntas que poderão iniciar um novo ciclo investigativo, dar novos rumos à investigação inicial procurando sempre conhecer quais as razões dos acontecimentos vivenciados nos testes e experimentos. Logo, conforme afirmam estes autores, numa Investigação Matemática é possível prever como irá começar, contudo não é possível prever como irá terminar.

3.1.2 A Investigação Matemática e a organização do trabalho pedagógico

A atividade de Investigação Matemática que estiver se desenvolvendo em sala de aula ou em ambientes como o laboratório de informática precisa estar voltada para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e para a formação geral do aluno. As atividades investigativas de Matemática em geral devem auxiliar os alunos de forma que sejam capazes de:

- i) ampliar sua linguagem e promover a comunicação de ideias Matemáticas;
- ii) adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações;
- iii) desenvolver sua capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
- iv) iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação Matemática;
- v) estimula sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
- vi) promover a troca de ideias através de atividades em grupo;
- vii) estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos. (LORENZATO. 2010, p. 44).

Quando se ensina por meio da investigação incentivam-se os alunos a buscarem por si mesmos as respostas para as questões problemas ao contrário de esperarem respostas prontas. Segundo Alro e Skovsmose (2006, p. 127) em uma investigação "não há respostas prontas, conhecimentos de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento." Sendo um processo coletivo que segue a direção da curiosidade que se baseia na de troca de ideias e experiências e testes a "imprevisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades." (Ibid., p. 128).

A dinâmica de uma aula de Investigação Matemática depende de vários aspectos que envolvem o trabalho pedagógico como, por exemplo, das concepções do professor e dos alunos em relação à Matemática, da participação mais ou menos ativa dos alunos, das questões propostas pelo professor e da forma como conduz a investigação.

O planejamento da aula é o marco inicial para a organização do trabalho pedagógico. Segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013, p. 25) "pode sempre programar-se o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar." Durante o desenvolvimento das atividades investigativas "a variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage às intervenções do professor, são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação." (Ibid.).

O ponto de partida pode ser estabelecido pelo professor e as propostas de atividade devem ser colocadas de forma que os alunos possam estabelecer caminhos para as suas próprias aprendizagens. Ou podem surgir em momentos inesperados podendo em algumas situações colocar o professor em um situação de desconforto, o que exige que esteja bem

preparado teoricamente para o uso desta metodologia de ensino. (ALRO E SKOVSMOSE, 2006).

Em qualquer das formas em que surgem as questões de pesquisa, nesta forma de ensinar, o conhecimento é construído a partir da investigação e da exploração. A formalização e a generalização surgem como resultado da investigação e se traduzem na formação e na abstração de conceitos significativos para os alunos.

As concepções que o professor e os alunos têm acerca da Matemática assumem significativa influência numa aula em que se propõe a metodologia investigativa. Dentre elas podemos citar que é bastante comum a ideia de que o professor sempre é o que sabe mais e que para aprender a Matemática é preciso ter dons especiais ou de que a Matemática é exata e admite um único resultado.

Pela Investigação Matemática esta concepção de ensino pode ser reconstruída visto que, o professor irá trabalhar com o aluno, desfazendo aquela Matemática que é concebida por eles como uma ciência de cálculos e de difícil aprendizagem. Isto vem disponibilizar aos professores formas significativas no estudo de Matemática, que podem abranger atividades com variados tipos de recursos didáticos.

Esta é uma proposta de trabalhar com o educando uma forma flexível e significativa de estudar os conteúdos matemáticos. Segundo Alro e Skovsmose (2006, p. 58) "há diferentes aspectos envolvidos no processo de mudança de paradigma de exercícios para os cenários para investigação. Os padrões de comunicação podem mudar e abrir-se para novos tipos de cooperação e para novas formas de aprendizagem".

Por esta proposta pedagógica o professor sai da sua zona de conforto, os caminhos são imprevisíveis e o ponto de chegada também. Para Alro e Skovsmose (2006, p. 58) "tanto o professor quanto os alunos podem ser acometidos por dúvidas quando chegam a trabalhar num cenário de investigação, sem a proteção de "regras" de funcionamento bem conhecidas do paradigma do exercício." Nesta perspectiva "deixar o paradigma do exercício significa também deixar uma zona de conforto e entrar numa zona de risco." (ALRO E SKOVSMOSE, 2006, p. 58)

Outro ponto a considerar no planejamento de uma aula de Investigação Matemática é o ambiente de aprendizagem. Para se obter o envolvimento dos alunos nas tarefas "o professor tem de criar um ambiente em que todos os alunos se sintam à vontade para apresentar as suas conjecturas, argumentar contra ou a favor das ideias dos outros, sabendo que o seu raciocínio será valorizado." (PONTE et al., 1999, p. 07).

A estes ambientes Skovsmose (2008) denomina *cenários* para investigação. Afirma que enquanto no cenário de uma aula tradicional os alunos se dedicam a resolver longas listas de exercícios pré-elaborados, sem discutir as estratégias e os resultados, no ambiente da aula baseada na ação investigativa, a organização dos alunos e a condução da aula devem favorecer a investigação e contribuir para a aprendizagem por meio do diálogo e da interação entre alunos e professores. De acordo com Skovsmose,

um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e procurar explicações. O convite é simbolizado por seus "Sim, o que acontece se...?". Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O "por que isto?" do professor representa um desafio, e os "Sim, por que isto...?" dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo. (grifo do autor). (2008, p. 21).

Os professores devem criar ambientes que contribuam para que os alunos se sintam encorajados a investigar, formular questões, levantar hipóteses, fazer conjecturas, argumentar, explicar e justificar suas respostas e raciocínios e também aprender com as experiências dos colegas. Para Ponte et al. (1999, p. 07) "[...] é essencial que se crie um ambiente em que eles interajam uns com os outros, em que possam exprimir os seus pensamentos e em que questionem as ideias apresentadas pelos colegas".

De acordo com Skovsmose (2008) enquanto que na aula tradicional os alunos usam basicamente papel e lápis na resolução dos exercícios que são formulados por uma autoridade exterior à sala de aula seguindo a premissa central é que existe apenas uma resposta correta, no cenário para investigação, o próprio ambiente pode dar suporte a um trabalho de investigação. Os alunos são convidados pelo professor a formularem questões e procurarem explicações e aceitam o convite, são responsáveis pelo processo de aprendizagem, usam materiais manipuláveis e novas tecnologias nas suas atividades de aprendizagem e se envolve em trabalhos de projeto que poderão servir de base a investigações.

Em relação à escolha dos métodos e objetos pedagógicos, para Fiorentini (1995, p. 09) "os métodos de ensino consistem nas "atividades" desenvolvidas em pequenos grupos, com rico material didático e em ambiente estimulante que permita a realização de jogos e experimentos ou o contato – visual e tátil – com materiais manipulativos".

Diante de situações problematizadoras, interessantes e desafiadoras os alunos podem ser estimulados a pensar matematicamente. Em relação a isto Lorenzato, (2010, p. 96), destaca que "assim, os alunos em sala de aula passam a observar, registrar e documentar

atividades discutidas, relacionadas, e ideias importantes que surgem na investigação realizada, considerando as experiências, as conjecturas, os dados colhidos e aspectos relacionados à experimentação".

Nessa perspectiva Braumann (2002, p. 05) destaca que "aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar recebendo informação sobre como o conseguem." E ao fazer esta comparação completa que, "para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles". (Ibid.).

De acordo com todos estes estudiosos em uma aula investigativa o envolvimento do aluno é condição necessária para o sucesso de uma aula investigativa. Nesta ideia "todo pensamento se origina na ação" e ao ensinar, o aluno deve ser considerado não como ser que assimila passivamente o conteúdo, mas sim, que reconstrói os conhecimentos já existentes dando novos e diferentes significados a estes, transformando-os em novos conhecimentos. Para Ponte; Brocardo e Oliveira (2013, p. 23) "o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo." Este comprometimento participativo é uma das principais características das investigações e ao requisitar a participação do aluno na formulação dos problemas e questões a estudar estar-se-á a envolvê-lo na sua própria aprendizagem.

Assim é necessária uma filosofia de trabalho na qual o aluno ativo, constrói o seu próprio saber. Esta em geral está relacionada à prática escolar e ao processo de construção de novos conhecimentos e maneiras de pensar mediante a exploração e a manipulação ativa de objetos e ideias, tanto abstratas como concretas, e explicam a aprendizagem através das trocas que o indivíduo realiza com o meio. É importante que o aluno seja visto como um ser pensante e ao professor cabe o papel de numa perspectiva formativa procurar fazer com que os alunos vá se aperfeiçoando nas descobertas e avançando cognitivamente para a formação de novos conceitos e a compreensão dos conteúdos.

Neste pensamento exige-se no trabalho pedagógico competência e capacidade para criar situações problematizadoras para provocar o raciocínio e a reflexão. É preciso que o professor tenha capacidade para aceitar que o centro do ensino aprendizagem não está mais em si mesmo e que os alunos aprendem pela interação com os colegas e com próprio professor que passa a ter como competência maior a capacidade e competência para criar situações de aprendizagens que sejam problematizadoras para provocar o raciocínio e que possa resultar em aprendizagem. (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999).

Logo, no planejamento de uma aula de Investigação Matemática deve se considerar todos estes aspectos. É preciso levar em conta ainda, que o planejamento deve ser aberto e estar pronto para ser modificado. Ao dar início à atividades investigativas muitas questões e situações imprevistas podem acontecer tanto nos caminhos que os alunos percorrem quanto na necessidade de maior ou menor intervenção pedagógica.

O planejamento de uma aula para uso da Investigação Matemática deve apresentar situações problemas abertas ou questões de investigação que dê espaço ao surgimento de novas questões investigativas. Assim é importante propor situações que possibilitem a reflexão e estimule o pensamento lógico matemático, que valorize a formulação de conjecturas e o levantamento de hipóteses com parte do processo de aprendizagem, que leve em conta as variadas interpretações que podem surgir e considerando as análises como significativas no ato de aprender e que ao avaliar considere a interação e a participação individual e coletiva como elementos importantes para a formação do pensamento científico. A formalização e a generalização dos conceitos matemáticos são previstos como resultados da investigação. (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2013).

3.1.3 A condução pedagógica de uma aula de Investigação Matemática

No modelo tradicional de ensino o papel do professor como detentor do conhecimento consiste em intervir para explicar como resolver os problemas e corrigir dizendo se está errado ou certo diante do aluno que passivamente ouve e repete o que lhe é apresentado. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais a pratica mais comum, tradicionalmente, no ensino de Matemática ainda era aquela “em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução.” (BRASIL, 1997, p. 39). O que evidenciava que havia ocorrido aprendizagem era a capacidade de reprodução correta que o aluno fazia daquilo que o professor ensinava.

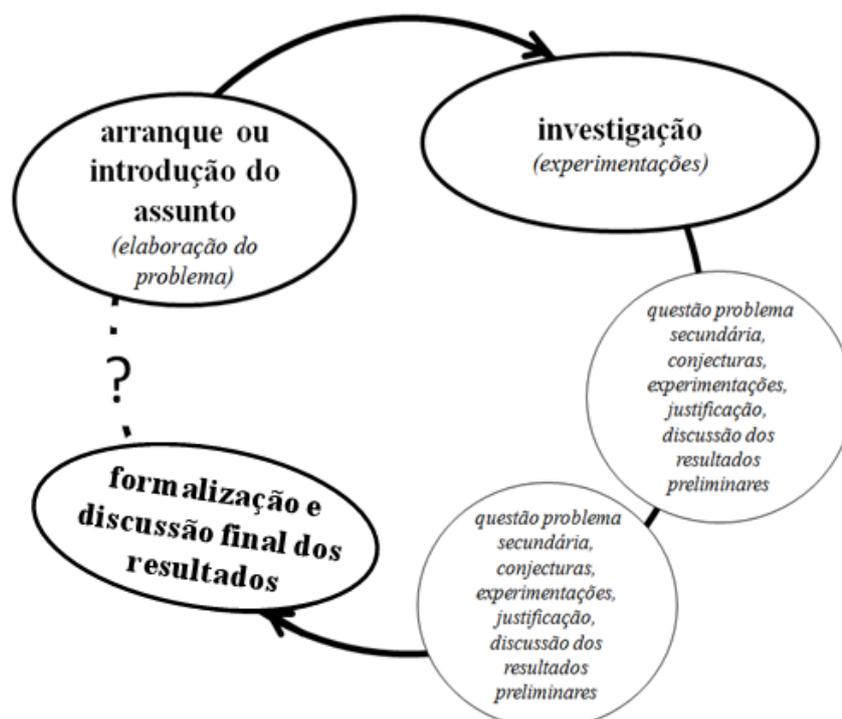
No caso da aula de Investigação Matemática a relação entre professor e aluno deve ser de cooperação, de respeito e de aprendizagem mútua em que o aluno é considerado como um ser ativo que interage com os colegas, com o professor e com os objetos pedagógicos na construção dos seus conhecimentos. (PONTE et al., 1999). O professor com a sua experiência têm papel fundamental devendo na sua ação permitir que o aluno seja capaz de pensar, criar,

ser questionador, errar e aprender com os seus erros e acertos. É importante respeitar as experiências anteriores dos alunos, sua bagagem intelectual e cultural.

O professor tem um papel fundamental no planejamento e na condução de uma aula de investigação na sala de aula. "A seleção ou criação das propostas e o estabelecimento de objetivos para a sua realização relacionam-se com a especificidade da turma e com o contexto em que surgem na aula. Nem os objetivos nem as tarefas podem ser completamente definidos, de antemão. (OLIVEIRA; SEGURADO E PONTE, 1998, p. 03).

Para que a aula de Investigação Matemática produza resultados positivo é importante conhecer teoricamente a Investigação Matemática como metodologia de ensino e como a aula deve ser conduzida respeitando as fases que estruturam uma atividade de investigação. Uma aula investigativa habitualmente é realizada em três etapas que podem acontecer em sequência ou simultâneas em alguns casos. Em geral se inicia com a introdução do assunto pelo professor que dá origem ao problema ou de um problema dado pelo aluno. A seguir tem-se a realização da investigação que pode ser individual ou em pequenos grupos e que tem com resultado final a formalização e generalização dos conceitos. A conclusão da aula se dá com a discussão dos resultados e socialização das descobertas. Contudo a conclusão da aula pode não significar a conclusão de uma investigação, mas tão somente o reinício de um novo ciclo investigativo pelos surgimentos de novos problemas e novas conjecturas.

Figura 02: As fases da aula de Investigação Matemática segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013).



Fonte: Esquema elaborado pela autora

Na figura 02 estão representadas as três etapas do desenvolvimento de uma atividade pedagógica ou de uma aula de Investigação Matemática.

Ao introduzir o assunto o professor deve estimular os alunos a formularem eles mesmos suas questões de investigação baseado no assunto apresentado ou na questão inicial proposta. No entanto, segundo Ponte et al. (1999, p.12) formular questões que desfiem os alunos não é tão simples, "se a questão for considerada por eles como demasiado difícil, é natural que se sintam intimidados e não se disponham a trabalhar nela. Se for por eles considerada como demasiado fácil, é encarada como maçadora e desinteressante." E ainda há que se tomar cuidado com as informações dadas para sejam na quantidade certa e da maneira mais adequada. Para Ponte et al. (1999, p. 19) "outro aspecto do trabalho do professor é proporcionar informação útil aos alunos, ajudando-os a recordar ou compreender conceitos matemáticos e formas de representações importantes." No entanto,

se o professor der informação a menos, os alunos podem sentir-se "perdidos" e sem saber por onde começar. Se der informação a mais, pode proporcionar pistas desnecessárias, que distraem os alunos do que realmente interessa. Se der a informação estritamente necessária, sem qualquer ambiguidade, dá indiretamente pistas para a resolução da tarefa. (Ibid., p. 11).

E há ainda as peculiaridades criadas pela heterogeneidade das turmas que em geral são formadas por alunos com níveis de aprendizagem diferente. A seguir Ponte et al. (1999, p. 12) completa "além disso, o que é excessivo para uns pode ser pouco para outros. São múltiplos os dilemas que o professor enfrenta neste domínio e a solução pode ter de variar de momento para momento, de turma para turma e de aluno para aluno."

A história de vida influencia nos níveis de conhecimentos individuais e nos modos de aprender dos alunos, conforme afirma Lorenzato (2010, p. 33) "[...] é natural que os alunos possuam diferentes habilidades, competências, preferências, linguagens, limites, ritmos de trabalho, modos de aprender e agir, enfim, suas características intrínsecas".

Quando a turma não estiver habituada a desenvolver atividades investigativas a atenção do professor em fazer os alunos compreenderem como se dá o processo deve ser maior ainda. O trabalho pode ser conduzido mais facilmente quando os alunos compreendem o que se espera em cada fase do ciclo investigativo que vai desde a formulação da questão a ser investigada, passando pela experimentação, levantamento de hipóteses ou conjecturas, novas experimentações, reformulação ou justificação das conjecturas iniciais tendo como resultado a formalização e generalização dos resultados que deve ser discutidos coletivamente ao final do trabalho.

Segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013, p. 33) o levantamento de conjecturas podem surgir de diversas formas "por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas." As conjecturas estão relacionadas a reflexão que o aluno faz sobre o que estão a investigar e o professor precisa dar atenção a todo este processo para estimular e assegurar que os façam progressos na realização da investigação.

Na segunda etapa acontece a investigação propriamente em que por meio da realização de testes e experimentações acontece a justificação ou prova das conjecturas. É o momento em que o professor deve procurar fazer com que os alunos compreendam que para se justificar uma conjectura um teste apenas é insuficiente. São necessários vários testes que realizados podem afirmar ou negar as conjecturas levantadas. Sendo as conjecturas então, passíveis de serem comprovadas ou não, podendo ser confirmadas ou negadas a qualquer momento da investigação.

Haverá casos, porém, em que nesta fase as conjecturas iniciais poderão ser negadas ou refutadas dando origem a um novo problema provocando o reinício do ciclo investigativo, conforme explicitado na figura 01.

Na fase das experimentações, poderão surgir questões problemas secundárias em que para as suas resoluções podem ser necessárias outras experimentações para a formalização de respostas preliminares necessárias para a resolução do problema principal, conforme pode ser observado na figura 02.

Para finalizar a aula a "fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2013, p. 41).

Para estes pesquisadores "sem a discussão final corre-se o risco de se perder o sentido da investigação." Logo, percebe-se que a discussão é um momento significativo da aula em que socializando suas descobertas, confrontando os resultados, sistematizando as ideias os alunos podem chegar à formalização e a generalização dos conceitos matemáticos e a reflexão dos resultados da investigação. A Investigação pode se concluir com a formalização e/ou generalização justificadas na discussão final. Contudo na discussão final dos resultados podem surgir novas dúvidas dando origem a nova questão problema, podendo reiniciar-se o ciclo investigativo.

3.1.4 A avaliação em uma aula de Investigação Matemática

Como em toda atividade de aprendizagem em uma aula de Investigação Matemática deve haver avaliação. E segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) além dos objetivos curriculares a que o professor se propõe em uma atividade investigativa é necessário avaliar alguns pontos que consideram significativos como, por exemplo, avaliar se o aluno é capaz de realizar investigação, se desenvolveu atitudes como persistência e gosto pelo trabalho investigativo e se é capaz de usar os conhecimentos matemáticos da aula na resolução de tarefas e atividades variadas. Por isso se deve levar em conta o que diz Lorenzato (2010, p. 09) "[...] os alunos apresentam inúmeras diferentes respostas, raciocínios, observações e soluções diante dos mesmos fatos, exercícios, problemas, materiais didáticos e indagações".

Para a realização desta avaliação o professor pode lançar mão de variados instrumentos como avaliações orais e escritas e atividades produzidas individualmente ou em grupo. Contudo, é preciso estar atento porque conforme afirma Lorenzato (2010, p. 42), nas situações investigativas "[...] nós, professores precisamos sempre ter em conta que o acerto pode camuflar o erro e, também, aquilo que é simples e evidente, para nós geralmente não é para os alunos."

Por isso sugere que se dê destaque às argumentações orais, dando oportunidade para os alunos verbalizarem o que aprenderam porque de acordo com Lorenzato (2010, p. 42), "devido à relatividade do simples, do evidente e do acerto, torna-se altamente recomendável que os alunos verbalizem o que estão vendo, fazendo ou pensando, para que o professor possa constatar o tipo de aprendizagem que está acontecendo".

Uma das formas para se avaliar a aprendizagem dos alunos oralmente é por meio de perguntas e questionamentos que podem acontecer durante o diálogo no decorrer das aulas. Fazer boas perguntas é essencial para saber o que os alunos estão a pensar. "Com base nas informações que recolhe, o professor pode adotar diversas estratégias – não interferir no trabalho dos alunos, interferir de forma discreta e ligeira, ou dedicar uma atenção considerável a um dado aluno ou grupo de alunos." (PONTE et al., 1999, p. 14).

As perguntas devem surgir não só por parte do professor, visto que, para Lorenzato (2010, p. 97) "na prática pedagógica, presença do por que indica que a situação de aprendizagem está ganhando sentido, que o processo de compreensão está em movimento e não só para aquele que pergunta, uma vez que ela provavelmente influi sobre outros colegas." Assim, ensinar Matemática valorizando e estimulando os questionamentos dos alunos faz parte da escolha de um tipo de ensino que valoriza o processo e não apenas os resultados, optando pela aprendizagem com significado e não somente por memorização.

Contudo, além da avaliação argumentativa, avaliar uso da linguagem Matemática simbólica também é importante considerando o que diz Lorenzato (2010, p. 44) quando afirma que atualmente a linguagem Matemática se apresenta de forma muito resumida e precisa “além de possuir expressões, regras, vocábulos e símbolos próprios.” Destacando como exemplos as fórmulas matemáticas que segundo este pesquisador apesar terem ser tornado estigmas para muitos “elas são resultados de processos históricos e o significado de cada um dos seus símbolos precisa ser conhecido para que possam ser compreendidas e empregadas corretamente.” (Ibid.).

Lembra que nas salas de aulas os alunos e mesmo os professores tem dificuldades para entender e para explicar os significados da linguagem Matemática que é repleta de símbolos próprios. Contudo foi justamente este simbolismo que internacionalizou a linguagem Matemática, tornando possível que a Matemática fosse compreendida corretamente não só pelos matemáticos como também por pesquisadores de outras áreas das ciências do mundo todo. Lorenzato (2010, p. 47) pondera, no entanto, que "na sala de aula, tanto a apresentação como o uso da linguagem Matemática devem ser gradativos e respeitar o estágio de evolução dos alunos".

A avaliação em uma aula investigativa deve contribuir para a formação do aluno e deve se fazê-la de forma que sirva como orientação na sua aprendizagem e não tenha fim em si mesma. A avaliação não deve ser o objetivo final para o aluno, deve sim, no decorrer do trabalho, servir para estimular o pensamento e a reflexão, levando-os ao pensamento crítico, ao levantamento de hipóteses e conjecturas e a compreensão da inter-relação entre os vários conteúdos matemáticos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos que admitem diferentes respostas em função de certas condições, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1998, p. 42).

Enfim, esta forma de avaliar requer um novo olhar do professor visto que, ao avaliar uma atividade de Investigação Matemática, o objetivo final não é verificar se o aluno encontra as respostas certas ou erradas. Isto porque, como afirma Lorenzato (2010, p. 39) "o acerto dos alunos nem sempre é resultado de compreensão." É fazê-lo refletir sobre as etapas da investigação, sobre as experimentações realizadas, sobre as conjecturas levantadas, as estratégias e argumentos usados, sobre os conceitos matemáticos envolvidos.

O erro, nesta concepção de avaliação deve ser interpretado como parte natural, do processo de aprendizagem. Em um novo modo de encarar o erro, este passa a ser visto como parte natural, inevitável e indispensável no processo de ensinar e aprender que cria oportunidades de crescimento tanto para o aluno quanto para o professor. (LORENZATO, 2010).

Desta forma, passa a ser também um instrumento para a avaliação do trabalho pedagógico do próprio professor servindo para contribuir na sua própria aprendizagem e na orientação para a realização de novas atividades de investigação. A avaliação deixa de ter o fim em si mesmo e passa a fazer parte do processo como um ato oportuno de aprender.

3.2 A mediação pedagógica e o processo de construção do conhecimento

Atualmente é consenso que o professor tem papel fundamental na formação de quem aprende. Assim na sala de aula suas preocupações devem ir muito além da transmissão do conteúdo historicamente construído necessitando se preocupar também com o desenvolvimento dos alunos, levando em conta as suas capacidades de aprendizagens e se preocupando com as suas formações para além das paredes da sala de aula. De acordo com Ponte et al. (1999, p. 02) "é hoje consensualmente reconhecido que o professor tem um papel decisivo no processo de ensino e aprendizagem. Ele tem de ser capaz de propor aos alunos uma diversidade de tarefas de modo a atingir os diversos objetivos curriculares".

Entre as suas competências pedagógicas devem estar a capacidade de equilibrar a mediação pedagógica, que neste trabalho representa a ação didática na condução da aula, com momentos de ação e reflexão com o objetivo de possibilitar a construção e apropriação crítica dos conceitos e conteúdos científicos. Isto provoca a necessidade de que se conheça melhor a função mediadora na sala de aula para que pela sua intermediação no processo de ensino, na aprendizagem e no desenvolvimento dos alunos possa contribuir para a superação do ensino fragmentado e vazio de alguns conteúdos.

3.2.1 A mediação pedagógica e o papel do professor

Resultados de estudos feitos por pesquisadores como Masseto (2000), Moran (2007), Freire (2007) e Shechtman (2009) apontam que a mediação pedagógica quando dá conta da sua função de criar e possibilitar situações de aprendizagens e processos educacionais que tenham como característica peculiar a capacidade de gerar interação baseada nas relações entre pessoas e no compartilhamento de ideias, experiências e conhecimentos pode funcionar

como facilitadora e potencializadora de mudanças educacionais que levem a criação de modelos de educação mais democráticos voltados para a formação crítica do aluno. Tais mudanças podem contribuir para a criação de novos alicerces que tenham como suporte a prática docente do professor que valoriza aspectos de formação baseados na comunicação, na interação e no crescimento mútuo.

Segundo Masseto (2000, p. 144):

por mediação pedagógica entendemos a atitude, o comportamento, do professor que se coloca como facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem não uma ponte estática, mas uma ponte 'rolante', que ativamente colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos.

Assim, o que caracteriza a intervenção docente mediadora é a atitude e a forma de se comportar do professor e do aluno dentro de uma relação que tem como objetivo a construção do conhecimento por meio da reflexão crítica sobre as descobertas e experiências e sobre o processo de construção da aprendizagem. Nesta perspectiva o gosto pelo saber "vem do desejo de conhecer e da facilidade em fazê-lo. A facilidade depende do domínio técnico da leitura, da escrita, da capacidade de análise, comparação, síntese, organização de ideias e sua aplicação. Não há gosto sem facilidade que vem com a prática e o domínio." (MORAN, 2007, p.43).

De acordo com Shechtman (2009) a mediação pedagógica permite a construção de significados por meio de um processo comunicativo que amplia o espaço para o diálogo e para a negociação, alicerçado na interação entre professores e alunos. Ainda segundo Morin (2000) apud Shechtman (2009, p. 85), o professor deixa de ser o dono do conhecimento, "para ser um construtor, um facilitador, aquela pessoa que tem mais experiência teórica e prática que seus alunos, conhecedor de determinados conteúdos por já haver estudado sobre eles, mas que nem por isso, sabe tudo sobre o assunto, até porque a completude do saber é impossível."

Corroborando com estas ideias Moran (2007, p. 28) destaca que "o educador autêntico é humilde e confiante. Mostra o que sabe e, ao mesmo tempo, está atento ao que não sabe, ao novo. Mostra para o aluno a complexidade do aprender, a nossa ignorância, as nossas dificuldades [...] aprender é passar da incerteza a uma certeza provisória, que dê lugar à novas descobertas". Nesta perspectiva lembra que "as mudanças na educação dependem, em primeiro lugar, de termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar". (Ibid.).

Para Freire (2007) que o ensino só é válido quando resulta um aprendizado em que o aprendiz se torne capaz de criar e refazer o ensinado por meio da curiosidade, da motivação e

da autonomia. Nesta forma de ver o ensino a mediação pedagógica se apresenta como a ação de um professor que se preocupa em ajudar a desenvolver no aluno tais curiosidades, motivação, autonomia e gosto pelo aprender.

3.2.2 A mediação pedagógica no ensino de Matemática investigativo

No caso, da Matemática, segundo Lorenzato (2010, p. 01) "[...] o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem desta disciplina, e a metodologia de ensino empregada é determinante para o comportamento dos alunos." A postura tradicional de transmissor de conhecimentos em aulas predominantemente expositivas em que o papel do aluno se reduz a ouvir passivamente o conteúdo explicado e resolução de longas listas de exercícios não é mais suficiente no que se refere a capacidade de desenvolvimento cognitivo.

Sobre este tipo de educação D'ambrósio afirma que (1996, p. 119) "é baseada ou na mera transmissão (ensino teórico e aulas expositivas) de explicações e teorias, ou no adestramento (ensino prático com exercícios repetitivos) em técnicas e habilidades." Destacando a seguir que qualquer desta duas possibilidades são equivocadas quando se tem em conta os avanços relacionados ao entendimento de como se dá os processos cognitivos.

Também não é apropriada para o desenvolvimento de atividades investigativas. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, nas aulas de investigação o professor tem outras funções. Assume o papel de organizador e facilitador no processo de aprendizagem. "Não é mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explanações, oferecem materiais, textos etc." (BRASIL, 1998, p. 38).

Para Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) a Investigação Matemática requer mais do que a aplicação de exercícios para o aluno usar mecanicamente fórmulas ou algoritmos e operações. As situações de ensino proporcionadas devem ter como ponto mais importante a construção de significados de forma investigativa. É necessário estimular o desenvolvimento da capacidade de comunicarem-se matematicamente fazendo experimentações, conjecturas, descrições, apresentações de resultados e argumentação das conjecturas realizadas com uso da linguagem oral e escrita estabelecendo relações entre elas de outras diferentes representações Matemática.

No ato de procurar respostas diferentes para um mesmo problema, ou encontrar novos caminhos para se chegar a uma mesma resposta o aluno adquire confiança no seu próprio trabalho e melhora a sua capacidade para resolver problemas, não só em Matemática,

como também em outras situações da vida. A investigação se torna um exercício para a imaginação fazendo da Matemática um fértil campo para descoberta. Como afirma Lorenzato (2010, p. 43) "por meio de experiências pessoais bem sucedidas, o aluno desenvolve o gosto pela descoberta, a coragem para enfrentar desafios e vencê-los, desenvolvendo conhecimentos na direção de uma ação autônoma".

Esta perspectiva de trabalho deve ser de acordo com o papel do professor mediador previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais em uma forma de pensar a educação em que o aluno seja visto como protagonista capaz de construir sua própria aprendizagem o papel do professor passa a ser o de mediador que conduz este aprender. "Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem: para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos." (BRASIL, 1998, p. 30-31).

Neste novo modelo de atuação pedagógica o professor precisar estar disposto e preparado para "escolher o(s) problema(s) que possibilite(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. (Ibid.). O professor assume assim a função de organizar a aula e intermediar à aprendizagem.

Nesta concepção de ensino, por meio de atividades investigativas, no decorrer das atividades cabe ao professor a função de mediador entre os alunos e as situações pedagógicas criadas exercendo a função de encorajá-los por meio de atividades e questionamentos que os façam pensar, refletir e agir na construção do seu conhecimento. Em relação a atividade investigativa do aluno Ponte; Brocardo e Oliveira, consideram que as tarefas e as diferentes fases de Investigação podem levá-los ao desenvolvimento de trabalhos similares aos dos matemáticos profissionais sendo que pelo ato de fazer conjecturas e de testar e validar ou rejeitar tais conjecturas chega-se ao processo de criação Matemática.

3.2.3 A mediação pedagógica com foco na ação do aluno investigador

Nesta perspectiva, esta pode ser uma boa proposta metodológica, porém é necessário que os professores se proponham adequar suas aulas a mesma, sendo preciso então, estar preparado não só com o conhecimento do conteúdo como da forma de conduzir a investigação. Dessa forma completam que a realização de investigações, não raras vezes, se cria conexões com "outros conceitos matemáticos e até mesmo extra-matemáticos. (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2013). Logo o professor ao gerir a atividade investigativa precisa atentar-se para a variedade de oportunidades para exploração de tais conexões,

promovendo reflexões sobre elas. "Essa é mais uma das situações em que o professor dá evidência do que significa raciocinar matematicamente." (Ibid., p. 51).

Conhecer os conteúdos específicos da área em que se vai trabalhar é essencial para que se faça a inter-relação entre conceitos. De acordo com os Parâmetros Curriculares "o estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos." (BRASIL, 1998, p. 37). Para garantir a articulação e o estabelecimento de relações entre os conteúdos torna-se necessário que o professor conheça bem, não só a metodologia que pretende usar como também os conteúdos específicos da Matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, dificilmente um professor promoveria a aprendizagem de conteúdos que não tenha domínio. Assim, para exercer a sua função de mediador que se interpõe entre o aluno e o conhecimento matemático "o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 1998, p. 37).

E esta é uma proposta de trabalhar com o educando uma forma flexível e significativa de estudar os conteúdos sendo necessário muitas vezes, que o professor estabeleça conexões entre os conceitos matemáticos levando os alunos a pensar sobre elas. Para Ponte et al. (1999, p. 16) "trata-se de um aspecto do trabalho do professor que requer uma boa cultura Matemática e capacidade de decidir, em cada momento, se será de prosseguir o trabalho ou olhar mais atentamente para aspectos que com ele se ligam diretamente".

No uso desta metodologia de ensino o foco está na participação do aluno que na sua própria ação de investigar constrói o seu conhecimento, logo, deve ser estimulado a pensar, trabalhar em equipe, levantar hipóteses, buscar argumentos para formalizar ideias, expor verbalmente e por escrito seus pensamentos e conclusões respeitando o tempo e os níveis de aprendizagens individuais. Para Lorenzato (2010, p. 33) "as diferenças individuais precisam ser consideradas pelos professores, mesmo reconhecendo que elas são complicadores para a prática pedagógica, pois, seria mais fácil se todos os alunos fossem iguais".

Nesta forma de ensinar, partindo da investigação do próprio educando em sala de aula pode alterar o nível de conhecimento destes alunos. Assim, o professor deixa de ser detentor do conhecimento para assumir o papel de mediador em uma forma de trabalho pedagógico em que alunos e professor aprenderiam uns com os outros.

Segundo Lorenzato (2010, p. 40) "nas aulas de Matemática, quase tudo provavelmente é óbvio para o professor e quase tudo é novidade para os alunos. Portanto cabe ao professor, tomar cuidado com o que lhe é evidente." O professor deve estar atento aos objetivos da aula e ao que se quer que seja aprendido pelos alunos, deve estar aberto a novas aprendizagens, conhecer bem o conteúdo que vai trabalhar e conhecer bem os processos que envolvem as atividades investigativas de Matemática em que as aprendizagens aconteçam e tenham significado para os alunos.

Neste trabalho então, termo mediação pedagógica será o termo usado para caracterizar a ação didática e as atitudes dos estagiários tomadas nas aulas de Matemática que desenvolveram durante a regência do Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá conforme o que se entende intervenção docente mediadora descrita neste capítulo e conforme o tipo de mediação proposto para atividade investigativa e levando em conta peculiaridades que caracterizam condução de uma aula com Investigação Matemática.

4 CAPÍTULO IV - OS *SOFTWARES* EDUCACIONAIS DE MATEMÁTICA E A ESCOLHA DO GEOGEBRA

Este capítulo debate sobre alguns mitos relacionados ao uso das tecnologias na educação, faz uma pequena síntese histórica dos *softwares* educacionais e discorre sobre o uso de *softwares* como recursos pedagógicos e sobre a escolha dos critérios de avaliação de um *software* educativo. Faz uma reflexão sobre a necessidade de criação e uso de novos ambientes educacionais e identifica as características dos ambientes dinâmicos de ensino e aprendizagem Matemática proporcionados pelos *softwares* de Geometria Dinâmica como, por exemplo, o Geogebra.

4.1 A informática na Educação Matemática

Os avanços tecnológicos das últimas décadas interferiram nas esferas sociais, econômicas e políticas da sociedade. A chegada dos equipamentos tecnológicos nas residências dos alunos e nas próprias instituições de ensino provocou implicações nas funções dos alunos, do professor, da escola e da educação.

Por meio do uso das tecnologias como recurso de aprendizagem os alunos podem participar mais ativamente das aulas, visto que, os recursos tecnológicos oportunizam a vivência de situações e problemas e a reflexão sobre estas estimulando a mudanças de atitudes diante de fatos do cotidiano. O professor pode, a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, auxiliá-los na identificação dos problemas e possibilidade resolução pelas suas próprias reflexões e ações. Segundo Lévy (1999, p. 171) "o professor torna-se um animador da inteligência coletiva dos grupos que estão ao seu encargo." Enfatizando a seguir que, a atividade pedagógica passa a ser "centrada no acompanhamento e na gestão das aprendizagens: incitamento à troca de saberes, a mediação relacional e simbólica, a pilotagem personalizada dos percursos de aprendizagem etc."

Contudo é preciso lembrar que existem muitos mitos relacionados à implantação do uso das tecnologias na educação e que as mudanças pedagógicas não dependem apenas da instalação de computadores nas instituições de ensino. De acordo com Valente (1999, p. 21) "a análise das experiências realizadas nos permite entender que a promoção dessas mudanças pedagógicas não depende simplesmente da instalação dos computadores nas escolas." Destaca ainda que para que as mudanças aconteçam é preciso repensar, além dos aspectos

pedagógicos, outros aspectos como a organização do espaço, do tempo e dos ambientes de aprendizagens.

As tecnologias não se tornarão substitutas do professor como figura central no processo de ensino aprendizagem. Segundo Demo (2008, p. 134) "não há como substituir o professor. Ele é a tecnologia das tecnologias, e deve se portar como tal." O que pode acontecer é a mudança de papéis em relação do modo tradicional de ensinar e aprender. O professor detentor do conhecimento dará lugar ao mediador que ao mesmo tempo ensina e aprende e o aluno receptor passivo dará lugar ao aprendiz parceiro.

Corroborando da mesma ideia Moran (2000, p. 17) afirma que as mudanças na educação dependem também dos alunos. "Alunos curiosos e motivados facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do professor, tornam-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor-educador." Salienta ainda que "alunos motivados aprendem e ensinam, avançam mais, ajudam o professor a ajudá-los melhor." (Ibid., p.18). Alunos e professores podem aprender juntos, mas é do professor a função de acompanhar, dar direção, complementar, tirar dúvidas dos alunos usando o ambiente da sala de aula e da escola como laboratório de ensino e aprendizagem.

Prover acesso a internet não dá garantias de que seu uso educativo aconteça com sucesso e democratizar o acesso não diminui a importância da escola na realização da formação do aluno. Para que aconteça o uso educativo da internet é necessário haver apropriação social das informações e conhecimentos em que o foco do ensino e aprendizagem não seja os conteúdos em si e sim os seus contextos. Segundo Moran (2000, p. 29) "as tecnologias podem trazer, hoje, dados, imagens, resumos de forma rápida e atraente. O papel do professor – o papel principal – é ajudar o aluno a interpretar esses dados, a relacioná-los, a contextualizá-los." Ressaltando que "um dos grandes desafios para o educador é ajudar a tornar a informação significativa, a escolher as informações verdadeiramente importantes entre tantas possibilidades." (Ibid., p. 23).

Ter um laboratório de informática na escola que seja acessado esporadicamente em algumas aulas não é suficiente para que mudanças pedagógicas aconteçam. Apenas o fato utilização das tecnologias na escola não quer dizer que houve mudanças nas formas de ensinar e aprender. A tecnologia é apenas um recurso que como qualquer outro objeto pedagógico pode ser usado em aulas tradicionais, como meio apenas de depósito de informações. De acordo com Demo (2008, p. 03) "todo processo de aprendizagem requer a condição de sujeito participativo, envolvido, motivado, na posição ativa de desconstrução e reconstrução de conhecimento e informação, jamais passiva, consumista, submissa."

Logo, quando se pensa sobre a presença das tecnologias e do computador na escola é preciso estar claro que o computador e os recursos que o acompanham como a internet e os *softwares* e aplicativos não devem ser as figuras centrais no processo de ensino e aprendizagem, são apenas ferramentas que por si só não provocam avanços e mudanças educacionais. Os professores e os alunos são os principais personagens e o bom uso com possibilidade de provocar mudanças depende de professores preparados, bons projetos pedagógicos e metodologias de ensino adequadas, bons gestores e sérias políticas educacionais.

No estudo sobre a informática na Educação Matemática feito a seguir buscou-se considerar a realidade ora apresentada e levar em conta que faz parte do cenário educacional hoje a presença de muitos equipamentos tecnológicos como TV, projetores de multimídias e laboratórios de informáticas com computadores equipados com acesso a internet, *softwares* educacionais e aplicativos, calculadoras, planilhas eletrônicas, dentre outros recursos. Diante desta realidade a utilização das tecnologias e da informática passou a ser objeto de pesquisa e debate nas áreas educacionais. Assim, foi também motivo de reflexão neste trabalho que deu ênfase no debate relacionado os aspectos relacionados ao uso do computador e dos *softwares* educacionais como objetos de ensino e aprendizagem.

4.2 Os *softwares* educacionais

Para melhor compreensão do uso de *softwares* na sala de aula é importante conhecer um pouco da história do uso pedagógico destes recursos.

O uso de *softwares* na educação teve início na segunda metade do século passado. De acordo com Valente (1993) o uso de *softwares* na educação teve início na década de 1940. Um dos destaques entre os primeiros sistemas de computador usados por algumas instituições de ensino americanas foi o PLATO desenvolvido na década de 1960, pelo engenheiro Donald Bitzer da Universidade de Illinois. Embora muitas instituições não o tenham usado devido o seu alto custo, representou um marco importante na história do uso da informática na educação.

Na década de 1970 os *softwares* deixaram de ser construídos apenas nas Universidades, passando a ser criados por pessoas comuns e isto se deve à chegada do computador pessoal. Na década de 1980 surgiram muitas empresas sem fins lucrativos que alavancou produção de *softwares* educativos que, deste então, tem aumentado exponencialmente. De acordo com Valente (1989), nesta década "no mercado brasileiro existe

um pequeno número de *softwares* educativos que foram desenvolvidos, graças à iniciativa do governo [...]. Entretanto, o número destes programas ainda é muito pequeno”.

Nas duas décadas a seguir, cresceu muito a produção destes recursos pedagógicos. Segundo Bona (2009), no final da década passada já havia no mercado um grande número de *softwares* educacionais desenvolvidos por pesquisadores, estudantes e educadores em instituições de ensino, organizações não governamentais e empresas públicas ou privadas.

Atualmente, no mercado há *softwares* que são denominados de aplicativos ou *softwares* genéricos que foram criados para fins não educacionais. Alguns deste podem ser usados pedagogicamente como no caso das planilhas eletrônicas. Contudo, neste trabalho, a atenção será para o *software* educacional que de acordo com Bona (2009), Valente (1989) e Gladcheff, Zuffi e Silva (2001) são aqueles criados intencionalmente para ser utilizados com fins educativos.

De acordo com estes pesquisadores um *software* pode ser chamado educacional quando sua construção for planejada de maneira que possam ser contextualizados pedagogicamente servindo como instrumento de ensino e aprendizagem. De acordo com Bona (2009, p. 36) os projetos de *softwares* educacionais "contêm, de forma consciente ou não, opções teóricas de ensino e de aprendizagem, que se diferenciam pelos tipos de ambientes educacionais oferecidos em maior ou menor grau, interatividade, participação e controle na construção do conhecimento".

Segundo Valente (1993) os *softwares* educacionais quando usados em sala de aula propiciam aos alunos buscarem informações, coletarem dados, refletirem sobre as informações coletadas e aprender, construindo assim o seu conhecimento. Na mesma ideia Bona (2009, p. 36) afirma que "muitos *softwares* educacionais estão se tornando uma solução reveladora e interessante, à medida que são empregados em uma variedade de situações tais como em simulações, que substituem sistemas físicos reais da vida profissional e testam diferentes alternativas de otimização desses sistemas." Destacando que, além disto, "podem também contribuir na estimulação do raciocínio lógico e, conseqüentemente, da autonomia, à medida que os alunos podem levantar hipóteses, fazer inferências e tirar conclusões, a partir dos resultados apresentados." (Ibid.).

Os *softwares* quando usados pedagogicamente devem dar oportunidade para interação entre os alunos, o professor e o ambiente de aprendizagem. Segundo Bona (2009, p. 36) os *softwares* educativos podem contribuir "para o aluno adquirir conceitos em determinadas áreas do conhecimento, pois o conjunto de situações, procedimentos e representações simbólicas oferecidas por essas ferramentas é muito amplo e com um potencial

que atende boa parte dos conteúdos das disciplinas." As tarefas de ensino do professor passam a ter novos significados na visão dos alunos e ao professor se oferece "a oportunidade para planejar, de forma inovadora, as atividades que atendem aos objetivos do ensino. (Ibid.).

Há que se ter cuidado na escolha da metodologia de ensino, contudo, é preciso cuidado também na escolha do *software* que não raras vezes, mesmo possuindo recursos limitados ou que visam apenas a aprendizagem por instrução, pode enganar o usuário oferecendo uma interface de visual colorido e chamativo. O seu uso em sala de aula pode, ao contrário de contribuir para a promoção de mudanças positivas na educação, servir para reforçar a visão tradicional de ensino. Segundo Gravina e Santarosa (1998, p. 74) "se almeja-se uma mudança de paradigma para a educação, é necessário ser crítico e cuidadoso neste processo de uso da informática."

Assim quando se trata de mudanças de paradigmas "a informática por si só não garante esta mudança, e muitas vezes se pode ser enganado pelo visual atrativo dos recursos tecnológicos que são oferecidos, mas os quais simplesmente reforçam as mesmas características do modelo de escola que privilegia a transmissão do conhecimento." (GRAVINA E SANTAROSA, 1998, p. 06). Para haver mudanças de paradigmas educacionais se faz necessário ser crítico sobre as mudanças necessárias na educação.

Nesta concepção de ensino e aprendizagem de Matemática a atuação do professor como mediador do conhecimento se torna parte integrante do processo cabendo ainda ao educador conhecer e selecionar a metodologias e os recursos didáticos mais adequados a cada conteúdo e turma de alunos. Os computadores não ensinam sozinhos, da mesma forma que apenas por existirem na escola e serem utilizados pelos professores em sala de aula não se pode dizer que está havendo ensino de qualidade.

O desenvolvimento de atividades investigativas com uso do computador e de *softwares* educacionais é uma possibilidade de metodologia inovadora para o ensino de Matemática. Dentre as metodologias que privilegiam as atividades investigativas a Investigação Matemática se apresenta como uma boa opção metodológica para ser associada ao computador e aos *softwares* educacionais no ensino e aprendizagem de Matemática. A seguir estão os resultados do estudo desta possibilidade teórico metodológica trazendo reflexões sobre esta metodologia de ensino se sobre e a organização do trabalho pedagógico na condução de uma aula desenvolvida com Investigação Matemática.

Quando se trata do ensino e aprendizagem de Matemática encontra-se no mercado ou livremente na internet uma variedade de *softwares* que podem ser utilizados conforme os objetivos do professor e as expectativas de aprendizagem esperadas dos alunos.

4.3 Os *softwares* educacionais de Matemática

O uso da informática no ensino de Matemática e dos *softwares* educacionais é defendido por pesquisadores como Gravina (1996), Gravina e Santarosa (1998), Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), Vaz (2012), Fiorentini (2009), Mendes (2008), Cruz (2005) que defendem o uso de recursos tecnológicos no processo de ensino e corroboram da ideia de que estas ferramentas quando utilizadas pedagogicamente têm funcionado como instrumentos de inovação na educação. Contudo, enfatizam que fica a critério do professor escolher a melhor proposta para inserção do computador nas aulas de Matemática.

Segundo Gladcheff, Zuffi e Silva (2001) podem ser diversos os objetivos de uso do computador e dos *softwares* em aulas de Matemática. Podem servir como fonte de informação, instrumentos auxiliares no processo de construção do conhecimento, para construção e autonomia, desenvolvimento de raciocínio lógico na busca de resolução de problemas.

Existe na internet e no mercado uma variedade de *softwares* educacionais de Matemática que segundo Valente (1993) pode ser categorizado em: tutoriais, de exercício e prática, simulação, sistemas de hipermídia e jogos educacionais. Os que se baseiam na construção Gravina e Santarosa (1998) os categoriza em ambientes dinâmicos, interativos e/ou de modelagem ou simulação. Neste trabalho não se fará a descrição de tais categorias, contudo, é aconselhável que o professor as conheça antes de escolher o *software* para ser utilizado em sala de aula.

São vários os *softwares* de Matemática disponíveis para uso do professor em várias versões como shareware, demo e freeware e livres. Os classificados como sharewares são aqueles disponibilizados gratuitamente, porém com algum tipo de limitação, em geral possuem funcionalidades limitadas e/ou tempo de uso gratuito limitado. As versões demo são dos programas normais que não apresentam toda a sua funcionalidade. Os *softwares* freeware e os livres podem ser usados sem custos e livremente. Nestes, inclusive o usuário poderá modificá-lo e fazer a redistribuição de cópias modificadas livremente porque código fonte é aberto e está disponível ao usuário. Serão enfatizados neste trabalho apenas os *softwares* gratuitos que podem ser usados sem custos para a escola.

Dentre os *softwares* de Matemática gratuitos encontrados na internet pode se destacar seguintes: o programa Régua e Compasso (C. a. R.), que pode ser usado para estudo de Geometria e construção de gráficos, o Winmat para o estudo de Álgebra e Matrizes, o Polly para o estudo de Geometria Espacial, os Winplot, Gnuplot e Kmplot para o estudo de

Gráficos, o Tangran para estudo de Geometria plana, o Super logo que é interdisciplinar e em Matemática pode ser usado para desenvolvimento de raciocínio lógico e estudo de Geometria Plana.

Destaca-se também o Geogebra que é um *software* dinâmico e livre pode ser utilizado no estudo de Geometria, Álgebra e Cálculo. O uso destes recursos com ambientes dinâmicos possibilita a criação de situações de aprendizagens mais dinâmicas e produtivas. As características e organização destes ambientes serão tratadas a seguir.

4.4 Ambientes de aprendizagem

Neste trabalho, serão chamados ambientes de aprendizagens ou cenários de aprendizagens àqueles ambientes em que os alunos puderem atuar com oportunidades de aprender por meio da sua própria ação em interação com os materiais e pessoas que ali se encontram. (Skovsmose, 2000). Logo, serão assim denominados, os lugares organizados previamente pelo professor com intenção de oportunizar aprendizagens tendo como base a ação do aluno.

Quando se tratar de ambientes virtuais de aprendizagem, estará se referindo aos espaços onde os professores, os alunos, o computador e seus programas e recursos interagem possibilitando a construção de conhecimentos. (MORAN, 2000). O ambiente dinâmico se refere aqueles caracterizados por Gravina e Santarosa (1998) como sendo aqueles *softwares* educacionais em que seja possível o aluno construir figuras, investigar propriedades e conceitos matemáticos por meio da manipulação dos objetos na tela do computador. Ou que tenham estrutura que possibilitem a exploração e manipulação das ferramentas, movimentos permitindo que pela experimentação sejam construídas as aprendizagens.

Este trabalho não tem a intenção de classificar os ambientes de aprendizagem. O que se pretende é refletir sobre os processos de ensino e os papéis dos professores e alunos nestes espaços de formação visto que, as inúmeras tecnologias disponíveis oportunizam que sejam criados variados ambientes de aprendizagem que oferecem aos alunos oportunidades de aprender por meio da sua participação ativa e reflexiva. Estas novas possibilidades influenciam no planejamento, na forma e no tempo de desenvolvimento das aulas e na avaliação. Segundo Valente (1999, p. 21) "é necessário repensar a questão da dimensão do espaço e do tempo da escola. A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento." Abrem-se oportunidades para a aprendizagem

pela naturalidade e pela criatividade por meio de atividades problematizadas e contextualizadas, que levem em conta a realidade do aluno.

Nesse sentido, é importante a criação de um ambiente de aprendizagem que oportunize desafios e que esteja aberto a questionamentos, que desperte curiosidade e reflexão e articulação entre conteúdos e proporcione análise crítica que possa contribuir na formação de cidadãos conscientes, autônomos e capazes de transformações sociais. (SKOVSMOSE, 2000). Nesse novo ambiente, o aluno pode administrar o seu tempo e construir suas aprendizagens, cabendo ao professor o papel de orientador ou mediador na busca, seleção e reflexão sobre as informações coletadas pelos alunos. Para Moran, Massetto e Behrens (2007, p. 16) "as mudanças na educação dependem, em primeiro lugar, de termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar. Pessoas com as quais valha à pena entrar em contato, porque desse contato saímos enriquecidos".

Contudo para que o docente seja capaz de criar e administrar ambientes de aprendizagens que garantam ao aluno a construção e reconstrução de seus próprios conhecimentos precisa estar preparado, possuir conhecimentos técnicos e pedagógicos e estar consciente das mudanças de papéis nestes ambientes. De acordo com Almeida F. J.,

há necessidade de que o professor seja preparado para desenvolver competências, tais como: estar aberto a aprender a aprender, atuar a partir de temas emergentes no contexto e de interesse dos alunos, promover o desenvolvimento de projetos cooperativos, assumir atitude de investigador do conhecimento e da aprendizagem do aluno, propiciar a reflexão, a depuração e o pensar sobre o pensar, dominar recursos computacionais, identificar as potencialidades de aplicação desses recursos na prática pedagógica, desenvolver um processo de reflexão na prática e sobre a prática, reelaborando continuamente teorias que orientem sua atitude de mediação. (1988, p. 02)

Esta afirmação está de acordo com Valente (1997) quando diz que a formação de professores deve proporcionar formação que dê condições para construção de conhecimentos técnicos e computacionais e sobre como promover a interação entre recursos técnicos e práticas pedagógicas na produção de conhecimentos e "deve-se criar condições para que o professor saiba recontextualizar o aprendido e a experiência vivida durante a sua formação para a sua realidade de sala de aula compatibilizando as necessidades de seus alunos e os objetivos pedagógicos. (VALENTE, 1997, p. 14). Estes conhecimentos, quando construídos na formação docente "possibilita a transição de um sistema fragmentado de ensino para uma abordagem integradora de conteúdo e voltada para a resolução de problemas específicos do interesse de cada aluno." (Ibid., p. 14).

O computador, quando usado na produção de ambientes de aprendizagens podem contribuir para uma abordagem mais globalizada dos conteúdos, contudo implica em vencer desafios. De acordo com Valente (1999, p. 02) "primeiro, implica em entender o computador como uma nova maneira de representar o conhecimento, provocando um redimensionamento dos conceitos já conhecidos e possibilitando a busca e compreensão de novas ideias e valores. Destacando a seguir que quando se deseja usá-lo para esta finalidade, se faz necessário analisar cuidadosamente o significado de ensinar e aprender bem, o que leva a outra necessidade que é rever qual deve ser o papel do professor neste contexto.

De acordo com Lorenzato (2009, p. 100) "um *software* não funciona automaticamente como estímulo à aprendizagem. O sucesso dele está em promover a aprendizagem que depende de sua integração com o currículo e com as atividades de sala de aula". No planejamento de uma atividade pedagógica com uso do computador e de multimeios é preciso que o professor saiba criar o ambiente, selecionar, disponibilizar e manusear os recursos materiais para que estejam adequados às expectativas de aprendizagens esperadas dos alunos e mediar às situações de aprendizagem promovendo a interação entre os alunos e entre os alunos e os objetos de estudo, pesquisando juntamente com eles desenvolvendo uma aula não-linear em que a aprendizagem seja construída pelas ações dos próprios alunos.

No caso da Educação Matemática de acordo com Borba (1999) os conteúdos curriculares podem ser dinamizados, e os processos de ensino podem ser potencializados quando se usa ambientes de aprendizagens criados com recursos de informática com uso do computador e aplicativos. Estes ambientes dinâmicos permitem aprendizagem Matemática por experimentação possibilitando o surgimento de conceitos novos e de novas teorias.

A seguir apresentam-se algumas características dos ambientes dinâmicos que serão os tipos de ambientes de Matemática aos quais daremos ênfase neste trabalho.

4.4.1 Ambientes dinâmicos de Matemática

Os ambientes de Matemática chamados dinâmicos são os ambientes de computadores interativos que permite a quem os manuseia fazer construções de figuras e objetos, investigar suas propriedades descobrindo conceitos matemáticos por meio da manipulação dos elementos que constituem o objeto em estudo. A manipulação é realizada no próprio *software* usando suas ferramentas e recursos que podem ser analisados por suas visualizações na tela da máquina.

Esse tipo de ambiente permite a interação entre o usuário e os objetos em construção e análise, permitindo assim a possibilidade de Investigações Matemáticas em que por meio da experimentação se refina as conjecturas levantadas, confirmando-as para chegar a formalização de conceitos e em alguns se faz a generalização matemática. (CRUZ, 2005). Durante a experimentação pode acontecer também de as conjecturas serem descartadas quando não se é possível confirmá-las, provocando não raramente a criação de um novo problema. Todas estas ações desafiadoras possibilitam o desenvolvimento do pensamento matemático. "No contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o "fazer Matemática": experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. (GRAVINA E SANTAROSA, 1998, p. 73).

Por tornarem possíveis as manipulações de objetos matemáticos de forma interativa e dinâmica estes tipos de ambientes se apresentam como ideais para a realização de Investigação Matemática em que o aluno tem a possibilidade de construir seus próprios conhecimentos fazendo conjecturas, experimentações, formalizações e generalizações tendo como base as análises que o ambiente permite.

Os ambientes dinâmicos serão ainda explorados no estudo dos *softwares* educacionais de Matemática e nos critérios de escolha dos *softwares*. No texto a seguir o que se fez foi caracterizar os *softwares* de Geometria Dinâmica que são classificados como ambientes dinâmicos de ensino e aprendizagem de Matemática.

4.4.1.1 Os *softwares* de Geometria Dinâmica

Os programas de computador caracterizados como *softwares* de Geometria Dinâmica são aqueles que possibilitam a interação entre o usuário e o objeto em estudo na tela do computador. O manuseio das suas ferramentas e recursos permite ao usuário a construção de figuras geométricas e/ou gráficas e a manipulação das suas propriedades em um processo de experimentação que auxiliam na construção de conhecimentos de Matemática. (CRUZ, 2005). Por meio da utilização de *softwares*, o ensino de Matemática e geometria "pode adquirir características mais dinâmicas, contando assim com diferentes possibilidades de visualização para os objetos geométricos na tela do computador." (LORENZATO, 2009, p. 111).

Numa perspectiva investigativa, o uso educacional para estudos não só de Geometria como de outros conteúdos de Matemática estes recursos podem ser acontecer de forma a valorizar o conhecimento matemático e as suas construções por meio da interpretação, da

visualização, experimentação, formalização, demonstração e generalização. "É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de 'fatos', geralmente na forma de definições e propriedades. (GRAVINA E SANTAROSA, 1998, p. 73).

Por todas estas possibilidades de Investigação Matemática, neste projeto, fez-se a escolha de um *software* de Geometria Dinâmica para o desenvolvimento das atividades experimentais com alunos. Dentre os diversos *softwares* matemáticos que possuem ambiente dinâmico como, por exemplo, o Cabri-Geometre, o Régua e Compasso (C. a. R) e o Geometricricks, optamos neste trabalho pelo *software* Geogebra.

Outros critérios usados para na escolha do Geogebra e as suas características que influenciaram na decisão estão a seguir.

4.5 A escolha dos critérios de avaliação de um *software* educacional

Para a realização da escolha do *software* utilizado nas aulas de Investigação Matemática experimentais deste projeto, primeiramente procurou-se conhecer os critérios de escolhas de um *software* educacional. Tais critérios são explicitados a seguir.

No contexto da escola atual é preciso garantir aos professores formação e preparação para o uso das tecnologias no ambiente escolar. Estar preparado para analisar criticamente, avaliar e utilizar os *softwares* educacionais tornou-se uma necessidade. Segundo Valente (1993, p. 01) "para a implantação dos recursos tecnológicos de forma eficaz na educação são necessários quatro ingredientes básicos: o computador, o *software* educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno, sendo que nenhum se sobressai ao outro." Nesta perspectiva "o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador." (Ibid.).

Para usar um *software* educativo, assim como qualquer outro recurso didático o professor ao planejar as sua aula deve ter objetivos bem definidos, dominar as funções básicas do objeto educacional, conhecer variadas metodologias de ensino para ser capaz de escolher aquela que mais se adequar as expectativas de aprendizagens previstas. "Desta forma, é preciso que o educador procure aspectos considerados positivos nestes aplicativos, a fim de que realmente se constituam em facilitadores para uma aprendizagem significativa, dentro dos objetivos definidos pelo educador e a escola." (GLADCHEFF; ZUFFI E SILVA, 2001, p. 03).

De acordo com Valente (1989) ao avaliar os recursos computacionais que se pretende usar como recursos de aprendizagem é importante se orientar por meio de alguns critérios que tratem da qualidade e da avaliação dos *softwares* no que se refere às possibilidades de aprendizagens dos alunos. A escolha deve ser de acordo com o tipo de atividade pedagógica que se pretende realizar e com as expectativas de aprendizagem esperadas. De acordo com Brasil, (1998, p.44) "[...] o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de *softwares*, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo".

Na escolha devem-se analisar as possibilidades pedagógicas oferecidas pelo *software* em relação ao conteúdo que se quer ensinar e a metodologia de ensino mais adequada para os objetivos que se quer atingir. "Quanto aos *softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem" (BRASIL, 2000, p. 35). Aprendendo a identificar as características dos que "se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento." (Ibid.).

Logo quem faz a escolha precisa estabelecer relações entre os fundamentos teóricos e metodológicos e a prática pedagógica que se fará. Os *softwares* que ofereçam ambientes interativos em que seja possível explorar situações que permitam a aprendizagem por meio de atividades investigativas são mais adequados para de utilizar em sala de aula.

Assim, quando se pretende usar um *software* pedagogicamente é preciso primeiramente definir qual será o programa mais adequado fazendo uma escolha crítica e criteriosa, de acordo com o conteúdo que se quer trabalhar, os objetivos da aula e a variedade de programas que tem a disposição. Depois, refletir sobre os objetivos que se pretende alcançar para escolher conscientemente a metodologia de ensino mais adequada. Tudo isso requer do professor bom preparo em relação aos conteúdos, a ferramenta educacional e conhecimento teóricos e metodológicos. (VALENTE, 1989).

Quando se fala em análise de *software*, logo são lembradas as características estabelecidas para se avaliação de um produto de *software* genérico pela norma ISO/IEC 9126, publicada em 1991, que são: funcionalidade, usabilidade, confiabilidade, eficiência, manutenibilidade e portabilidade.

A funcionabilidade se trata do conjunto de funções para que se destina o produto sejam elas explícitas ou implícitas. A usabilidade trata-se da facilidade do manuseio e uso do

software. A confiabilidade trata-se do desempenho ao longo do tempo dentro das condições estabelecidas em relação ao nível de desempenho do produto. A manutenibilidade trata-se das facilidades de correções, atualizações e alterações. E a portabilidade trata-se da possibilidade ou não de usar o produto em diversas plataformas com pequenas adaptações.

Contudo, neste trabalho, quando o assunto for a avaliação de *softwares* educacionais dar-se-á maior atenção às análises relacionadas aos aspectos pedagógicos. A maior valoração de análise será em relação aos aspectos educacionais, visto que, segundo Gladcheff, Zuffi e Silva (2001, p. 04) "[...] há que se considerar que é o professor quem realiza a escolha desse *software* e, em geral, não está familiarizado com tantos critérios técnicos." E destaca que ao escolher um *software* usado com objetivos educacionais, "deve levar em conta características formais (se ele está ajudando a criança a desenvolver sua lógica, a raciocinar de forma clara, objetiva, criativa)." (Ibid.). No entanto, é preciso também que sejam considerados outros aspectos como, por exemplo, "aspectos de conteúdo (se a temática desenvolvida por ele tem um significado atraente para a realidade de vida da criança)." (Ibid.).

De acordo com esta pesquisadora, o professor ao analisar um *software* educacional deve levar em conta os seguintes alguns aspectos como as características técnicas em relação a documentação, manual, idioma das instruções; os aspectos de *software* referentes a compatibilidade hardware e *software*, instalação e desinstalação, funções disponíveis e suporte técnico; os aspectos pedagógicos gerais quanto aos objetivos, quanto ao projeto pedagógico/plano de ensino/proposta educacional, interatividade, linguagem Matemática, valorização do progresso pessoal e grupal; os aspectos quanto à usabilidade relacionados à interface, orientações de uso, manuseio das funções, equilíbrio na utilização de animação, o som, as cores e outras mídias; as características relacionadas aos conceitos que determinam como são trabalhados os conceitos matemáticos, contextualização, transversalidade e praticidade e ainda deve analisar se o programa é livre, se tem custo, se aceita reclamações.

Estes aspectos estão em conformidade como aqueles propostos por Valente quando afirma que os *softwares* educativos devem obedecer aos seguintes padrões:

- a) engajamento do usuário com o sistema: ser interativos, proporcionar a qualidade do diálogo, não deve julgar o usuário responder a um erro com "dicas" , oferecer ajuda.
- b) controle do aprendizado: o controle do aprendizado deve estar nas mãos do estudante e permitir mais do que uma maneira de resolver o problema.
- c) o valor do erro: o feedback deve ser neutro quanto à direção a ser seguida,
- d) programação sólida e efetiva: usar diferentes tipos de representação da informação, intenção clara, os objetivos devem ser claros, permitir ao usuário refletir sobre o que ele fez anteriormente, propor questões desafiantes e engajar mais de um estudante.

e) documentação: os manuais do programa devem ser bem escritos. O nível de explicação de como o programa deve ser iniciado, mensagem de erro etc., deve ser tal que o professor e o aluno sejam capazes de entendê-la. (1989, p. 09 e 10).

Ao fazer a escolha do *software* para usar no ambiente da sala de aula, estes padrões devem ser levados em consideração pelo professor visto que, são determinantes na dinâmica da aula interferindo na forma de ensinar do educador e na forma de aprender dos alunos.

4.5.1 A escolha do *software* Geogebra nesta pesquisa

Neste trabalho especificamente, a Investigação Matemática, foi a metodologia de ensino utilizada nas atividades experimentais e o *software* educacional de Matemática escolhido para uso em sala de aula foi o Geogebra. Quando se fez a escolha do *software* se levou em conta os aspectos sugeridos por Gladcheff, Zuffi e Silva, (2001) e Valente (1989), Costa (2012), contudo o foco maior da avaliação foi em relação as possibilidade de realização da Investigação Matemática, descrita no capítulo III. A ênfase da análise para a escolha se deu em relação a aspectos baseados em perguntas como: O *software* é dinâmico? É interativo? É Livre? Permite controle de aprendizagem pelo usuário? É de fácil manuseio? Favorece o estudo autônomo? Possibilita a vivência das fases da Investigação Matemática (conjectura experimentação e refinamento das conjecturas, formalização e generalização), pelos alunos?

A partir dos estudos realizados e pensando nos conteúdos de Matemática escolhidos pelos estagiários em parceria com os professores desta disciplina nas escolas campo e nas peculiaridades da metodologia de Investigação Matemática que se pretendia usar, o grupo de estágio tomou a decisão de escolher para a realização das atividades experimentais um *software* que se qualificasse como de Geometria Dinâmica. Outras características que influenciaram na decisão foram as facilidades de manuseio e o fato de possuir versão em português e apresentar critérios técnicos e pedagógicos satisfatórios de acordo com os elencados anteriormente neste capítulo.

Um critério considerado importante foi que o programa pudesse ser encontrado gratuitamente na internet e possibilitasse explorar tanto conteúdos de Geometria como de construção e análise de gráficos. Ou outro critério definitivo foi o *software* poder ser executado na plataforma Linux, visto que, nas duas escolas públicas em que se desenvolveu esta pesquisa este é o sistema operacional usado.

Dentre as possibilidades avaliadas estavam os *softwares* Cabri-Geometre, o Régua e Compasso (C. a. R.), o Geometricks, o Igeom e o Geogebra. Todos apresentam versão em português e são classificados como *softwares* de Geometria Dinâmica. O *software* Cabri-

Geometre é um *software* dinâmico, bem conceituado, oferece um ambiente rico em ferramentas e possibilidades de realização de Investigação Matemática. É produzido pela companhia francesa Cabrilog e é bastante utilizado em pesquisas sobre o ensino de Matemática. Contudo foi descartado porque sua utilização depende de pagamento de licença e as escolas públicas em que as aulas experimentais se desenvolveram não possuíam recursos financeiros para a compra desta licença. O *software* Geometricks foi desenvolvido pelo dinamarquês Viggo Sadolin e é representado no Brasil pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e pela Prof. Dra. Miriam Godoy Penteado, da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Não é gratuito, mas pode ser adquirido por baixo custo ou em versão demo gratuita na internet. Apesar de ser um *software* que apresenta características que estão de acordo com o tipo procurado foi descartado por três motivos: apesar de ser de baixo custo não é gratuito, as ferramentas para construção de análise de gráficos se apresentaram limitadas para o tipo de Investigação Matemática que este projeto se propõe e é um *software* para ser executado na plataforma Windows. O sistema operacional utilizado nas duas escolas campo do projeto é Linux.

Os *softwares* Régua e Compasso (C. a. R.), e Igeom, também se enquadram como *softwares* dinâmicos, são gratuitos, de fácil manuseio e podem ser usados no sistema Linux. Ambos permitem construção de objetos geométricos e a construção e análise de gráficos. O aplicativo Régua e Compasso (C. a. R.), desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha, é um *software* de Geometria Dinâmica plana, gratuito, disponível para download na internet. O Igeom Geometria Interativa online disponível no endereço <<http://www.matematica.br/igeom>>. É um software para ensino de geometria interativa desenvolvido sob supervisão do professor Leônidas de Oliveira Brandão, do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP. O Igeom é uma ferramenta gratuita para ensinar de maneira ativa e interativa, que pode ser usado no ensino fundamental, médio e superior. Como tem opção de ser executado no modo online, diretamente na internet e sem download, pode ser executado na plataforma Linux ou Windows.

Estes dois últimos são *softwares* dinâmicos que atende as características esperadas para um ambiente desse tipo, são gratuitos e permitem boas possibilidades de Investigação Matemática. Contudo, o grupo de pesquisa, optou pelo *software* Geogebra que é rico em possibilidades de Investigação Matemática, gratuito e livre e dinâmico.

Até o momento da avaliação este *software* era desconhecido de todos os acadêmicos estagiários quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá, participantes do grupo de pesquisa que desenvolve este projeto. Isto foi

verificado durante o período de avaliação e seleção dos *softwares*. A opção pelo Geogebra se deu principalmente por suas características dinâmicas e pela riqueza de ferramentas e recursos que oferece permitindo que sejam explorados os mais variados conteúdos de Matemática como construção e análise de gráficos, geometria, álgebra, dentre outros.

A análise se deu com base nos critérios elencados neste capítulo, foram considerados relevantes os aspectos técnicos, contudo, o que pesou mais na decisão e escolha foram às possibilidades pedagógicas que o *software* oferece.

4.5.1.2 Características do Geogebra: um *software* de Geometria Dinâmica

O Geogebra foi criado prof. Dr. Markus Hohenwarter da Flórida Atlantic University, em 2001, está classificado como um *software* de Geometria Dinâmica apesar de também permitir a exploração de conteúdos como álgebra e construção e análise de gráficos.

- Características técnicas do Geogebra

O Geogebra atende a muitos dos critérios procurados no *software* que desejado para a realização desta pesquisa. De acordo com Oliveira; Guimarães e Andrade o *software* Geogebra pode ser caracterizado assim:

o Geogebra é um *software* livre e gratuito que se caracteriza como um ambiente computacional de geometria dinâmica e álgebra e construções gráficas e foi desenvolvido por Markus Hohenwarter. Além de ser livre e gratuito o GeoGebra é um *software* multiplataforma, ou seja, pode funcionar em qualquer computador independente de seu sistema operacional; e ainda não precisa ser instalado no computador quando utilizado *online*. A interface do *software* possui uma linguagem simples e contém vários recursos que são de fácil manipulação, pois a cada ferramenta escolhida é dada uma “dica” de como utilizá-la. Além disso, todas as tarefas executadas na área de construção aparecem também na janela algébrica. (grifo do autor). (2012, p. 04).

É gratuito, possui versão em português, funciona na plataforma Linux, é de fácil manuseio, possui uma infinidade de recursos e ferramentas Matemáticas. Assim, se apresenta como o *software* propício para realização de Investigações Matemática. Suas funcionalidades o tornam um *software* propício para usado na Educação Matemática desde a primeira fase do Ensino Fundamental até o Ensino Médio e Superior para o estudo de geometria, álgebra e cálculo.

Dispõe de inúmeros recursos que vão dos mais simples até os mais complexos e sofisticados. Possui desde paleta de cores, redação e edição de textos, construção de objetos geométricos, função de inserir imagens, calculadora, área de gráficos, controles deslizantes,

movimentos, dentre muitos outros. Quando o usuário abre o *software* Geogebra irá encontrar uma tela branca e ferramentas que proporcionam inúmeras possibilidades de construções, experimentações e análises que poderão ser utilizadas na construção de conhecimentos matemáticos. De acordo com Costa (2012, p. 30) ao usar o Geogebra é um ambiente dinâmico em que as construções Matemáticas "podem ser encaradas como verdadeiros quebra-cabeças: temos algo a ser construído e as peças disponíveis [...] o perfeito arranjo delas podem permitir chegar à solução". (Ibid.).

Dispõe também de alguns recursos que somente as versões de *softwares* de Geometria Dinâmica mais atualizados possuem, como por exemplo, o *arrastar*, que permite com uso do mouse arrastar o objeto construído pela tela do computador mudando a configuração por meio da criação de movimentos. Esta função diferencia o Geogebra de outros *softwares* de Geometria Dinâmica menos atualizados como o Geometricks e permite ao usuário por meio dos movimentos e experimentações estabelecer relações entre os diferentes elementos constituidores do objeto em estudo.

Há ainda o comando de *traço* ou *rastro* que possibilitam a visualização da trajetória do objeto ponto a ponto. A animação de objetos e figuras é também um recurso que permite a simulação de situações que não são possíveis de serem realizadas e analisadas em objetos estáticos. Outros recursos importantes são os que permitem as transformações geométricas como, por exemplo, a reflexão, a rotação, a simetria, a translação e ampliação e redução de figuras e objetos.

Assim o Geogebra atendeu às expectativas iniciais por ser livre, ter uma interface simples de fácil manuseio, os recursos permitem manipulação e interação entre o usuário e o objeto em estudo, possibilita trabalhar conteúdos de Geometria e Álgebra e Gráficos. Além do fato de que "uso do Geogebra aliado a outros recursos didáticos contribuem para um processo de aprendizagem autônoma do estudante, ou seja, a preocupação está centrada nos processos de ensino e aprendizagem." (OLIVEIRA; GUIMARÃES E ANDRADE, 2012, p. 05).

- Características e possibilidades pedagógicas do Geogebra

Pesquisas realizadas por autores como Vaz (2012), Nóbrega (2010), Bortolossi (2012) mostram que o *software* Geogebra é um *software* dinâmico que permite aos alunos criarem, fazerem e agirem sobre as suas ferramentas e objetos, com poder para escolherem estratégias e decidirem como resolver um problema, agindo assim como sujeito ativo na sua aprendizagem. O *software*, de acordo com Vaz (2012, p. 40) vale a pena ser utilizado "porque

se enquadra na categoria da geometria dinâmica, livre, permitindo uma boa interatividade, possibilitando trabalhar teoremas, construção de conceitos, testarem hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos. E ainda por permitir que o saber do aluno "seja obtido através da interação realizada em atividades planejadas. Assim, podemos articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber. (Ibid.).

Nesta mesma ideia, Oliveira; Guimarães e Andrade (2012, p. 05) afirmam que "a utilização deste *software* oferece oportunidades ao aluno de transformar suas imagens mentais em imagens visíveis, ou ainda de observar e criar novas imagens de acordo com que se dá o processo de formulação de hipóteses ou de descobertas Matemáticas".

Estas são peculiaridades da Investigação Matemática que de acordo com as características de um ambiente dinâmico que promove um processo interessante e desafiador de ensino e aprendizagem descrito no item 4.4.1 deste capítulo. De acordo com Gravina (1996) neste processo as explorações e estratégias que vão se delineando ao longo do trabalho "são similares às que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. Esta postura investigativa contribui para a formação de uma concepção sobre Matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo da vida escolar." (Ibid., p. 09).

O Geogebra ao ser manipulado pelos alunos possibilita a construção e a reconstrução do conhecimento por meio do levantamento de hipóteses, da experimentação, do refinamento das hipóteses e da formalização de conceitos matemáticos. Segundo Cruz, (2005, p. 19) "O ambiente dinâmico e interativo pode garantir condições para que a construção Matemática também seja dada pela indução e generalização".

Desta forma, o Geogebra foi o *software* escolhido para ser utilizado neste trabalho, inicialmente por ser um *software* educativo da categoria livre, ter ambiente dinâmico e interativo, visto que suas características estão de acordo como conceito de educativo e dinâmico usado neste trabalho. Seus os objetos e suas propriedades podem ser manipulados de forma dinâmica pelos alunos. O que está de acordo com Cruz (2005) quando diz que a exploração em um ambiente dinâmico e interativo deve centrar-se "na possibilidade do grupo de alunos analisarem o objeto construído considerando questões didáticas que oportunizam, em face da dinamicidade que o ambiente oferece visualizações não apenas desse objeto, mas de outros entes relacionados diretamente à figura. (Ibid., p. 20). Assim, caracterizando-se como ambiente dinâmico, possivelmente poderia propiciar a Investigação Matemática em sala de aula no estudo de variados conteúdos de Matemática.

5 CAPÍTULO V - O ESTÁGIO SUPERVISIONADO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UEG, CAMPUS IPORÁ

Na a pesquisa realizada para a construção deste capítulo, que se trata especificamente da formação de professores e das especificidades do Estágio Supervisionado realizado pelos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG Campus Iporá, além da orientação do professor Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, contamos com a colaboração da Dr^a. Flomar A. Oliveira Chagas, professora do Instituto Federal de Goiás, Campus Jataí que contribuiu com a sugestão de obras e na realização da pesquisa para que fosse possível identificar as características que marcaram o Estágio Supervisionado do Curso de Matemática da UEG/Iporá que de acordo com projeto de Estágio do Curso tem proposta à formação pela proximidade entre teoria e prática, pela pesquisa.

De acordo com as atividades desenvolvidas pelos acadêmicos, em alguns momentos do estágio em suas formações o foco do debate e das pesquisas são relacionados a função social do professor, à construção da identidade profissional e aos aspectos gerais da profissão. Enquanto em outros o debate está relacionado ao trabalho do professor diretamente em sala de aula e nesses casos, as pesquisas tiveram foco na análise de metodologias de ensino, recursos de aprendizagem e nas aprendizagens Matemáticas por meio de atividades investigativas que propiciassem a construção conhecimento por meio da ação dos próprios alunos numa perspectiva de indissociação entre teoria e prática.

Os estudos se deram no Parecer 009/2001 do Conselho Nacional de Educação e em teóricos da área de formação de professores como Pimenta (1997), Pimenta e Lima (2008), Nóvoa (2002), Lorenzato (2009), Ponte (2004), Almeida e Pimenta (2014). São pesquisadores que defendem a formação docente tendo como base maior a construção de saberes a partir da pesquisa tendo como foco a proximidade entre teoria e prática, pela pesquisa ou a pesquisa da práxis. Cada um a sua maneira, defende o seu ponto de vista, entretanto todos têm em comum o argumento a favor a pesquisa como elemento importante na formação do professor.

Defendem a formação docente por meio da construção da autonomia, da crítica, da reflexão e da pesquisa. Acreditam que a reflexão sobre a própria prática e o conhecimento da realidade escolar são essenciais para o desenvolvimento de uma prática docente consciente. A formação do professor se dá durante toda a sua vida escolar, acontece em parte na licenciatura e continua depois da sua formação inicial, por meio da própria prática docente.

Neste trabalho o foco do debate se dará principalmente em relação a formação inicial que acontece nos cursos de formação de professores, tratando especificamente daqueles que não tiveram ainda experiências docentes.

Da formação docente inicial, segundo Pimenta (1997, p. 06) espera que se "mobilize os conhecimentos da teoria da educação e da didática, necessários à compreensão do ensino como realidade social." E que se desenvolva nos professores em formação "a capacidade de investigar a própria atividade para, a partir dela, constituírem e transformarem os seus saberes-fazeres docentes, num processo contínuo de construção de suas identidades como professores." (Ibid.). Nesse sentido "a universidade é por excelência o espaço formativo da docência, uma vez que não é simples formar para o exercício da docência de qualidade e a pesquisa é o único caminho metodológico para esta formação." (PIMENTA E LIMA 2008, p. 41). Para Pimenta (1997, p. 06), "do curso de formação inicial se espera que forme o professor ou que colabore para sua formação".

Uma possibilidade de se desenvolver a capacidade investigativa, crítica e reflexivas no professor em formação poderiam ser por meio do incentivo à realização de pesquisas que possibilitassem que teorias e práticas fossem vivenciadas de forma indissociável.

5.1 A reflexão/pesquisa na formação do professor

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 77) "a reflexão é uma condição necessária, mas não-suficiente para o professor vir a ser pesquisador. A prática investigativa pressupõe primeiro, uma prática reflexiva." Destaca ainda que no trabalho do professor "é essa prática ou atitude que o faz perceber problemas em seu trabalho e levantar questões que podem levá-lo a um processo mais sistemático de pesquisa." (Ibid.).

Na mesma ideia Ponte (2004, p. 41) afirma que a pesquisa do profissional em formação dever ser "orientada por valores, mas não está ao serviço de quaisquer valores – a não ser os valores da qualidade da educação e do questionamento e reflexão." Torna-se necessário então, formar professores que assumam atitudes investigadoras. "Um professor atuante não pode ser apenas alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros atuando indiferente aos processos e mecanismos sociais que interferem na rotina escola e na educação." (Ibid.).

Corroborando da mesma compreensão Nóvoa (1997, p. 27) destaca que "as situações conflitantes que os professores são obrigados a enfrentar (e resolver) apresentam características únicas, exigindo, portanto características únicas: o profissional competente

possui capacidades de autodesenvolvimento reflexivo." Enfatiza ainda que "a lógica da racionalidade técnica opõe-se sempre ao desenvolvimento de uma práxis reflexiva." E ainda segundo Nóvoa (2002, p. 23), "o aprender contínuo é essencial, se concentra em dois pilares: a própria pessoa, como agente, e a escola, como lugar de crescimento profissional permanente". Logo a formação acontece de forma contínua e reflexiva e procura encontrar novos modos para o uso do conhecimento construído.

Para Almeida e Pimenta (2014), "o estágio desempenha um importante papel na formação docente por meio da pesquisa ao favorecer, estimular e até mesmo conduzir investigações que partam de situações vividas pelos alunos das licenciaturas nas escolas."

Com base nos estudos destes e de outros estudiosos sobre o assunto o que se deseja neste capítulo é caracterizar a epistemologia do estágio realizado nos moldes previsto no projeto de Estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá em que segundo o seu projeto se dá ênfase a proximidade entre teoria e prática, pela pesquisa da práxis em que o futuro professor ao contrário de ser um mero objeto de investigação toma para si ao papel de próprio sujeito da investigação se colocando como agente de mudanças por meio da atividade reflexiva no que se refere sua própria prática e a sua profissão. Pela pesquisa seu próprio fazer e da realidade em que está inserido busca construir conhecimentos que contribuam melhorar a qualidade do seu trabalho.

Ao verificar as produções finais dos acadêmicos, no terceiro ano percebe-se que o foco do debate e das pesquisas são relacionados a função social do professor, à construção da identidade profissional e aos aspectos gerais da profissão buscando a consciência das interrelações entre teoria e prática por meio da pesquisa. Enquanto que no quarto ano do curso o debate está relacionado ao trabalho do professor diretamente em sala de aula e o foco das pesquisas está nas análises de metodologias de ensino, nos recursos de aprendizagem e nas aprendizagens Matemáticas por meio de atividades investigativas que propiciem a construção conhecimento por meio da ação dos próprios alunos numa perspectiva de indissociação entre teoria e prática.

No estudo para construção deste capítulo levou-se em consideração ainda que para ser professor no contexto atual da educação, faz-se necessário um conjunto de esforços, interesse, expectativas e de valores e crenças que não raramente vão ao encontro com a precariedade das condições de trabalhos e que os desencontros entre as condições de trabalho e o ideal de formação se refletem na ação docente.

5.2 A formação de professores e os saberes da docência

Para compreender a função do Estágio Supervisionado na formação inicial dos professores se faz necessário identificar como se dá a construção dos saberes necessários à docência na formação de professores frente aos desafios enfrentados pelos cursos de licenciatura. Dentre os pontos de reflexão neste trabalho, constam dos desafios vivenciados na formação de professores, dos conhecimentos e dos saberes necessários à docência, da prática reflexiva da profissão, da formação inicial oferecida pelos cursos de licenciaturas formação da identidade do professor e do perfil do professor pesquisador, dentre outros temas relacionados ao exercício da profissão. Logo, o que se busca a seguir é responder a pergunta: quais são os principais desafios enfrentados pelos cursos de licenciatura e como se dá a construção dos saberes necessários à docência na formação de professores?

5.2.1 O contexto das pesquisas educacionais no Brasil a partir da década de 1970

Até o final da década de 1970, valorizavam-se nas pesquisas educacionais, prioritariamente os aspectos didáticos e pedagógicos como, por exemplo, os métodos e as técnicas de ensino, o planejamento e a avaliação. A partir desse época, período tecnicista, as pesquisas educacionais se fortaleceram e consolidaram ocorrendo a diversificação das temáticas de estudo e o aprimoramento da sistemática e do rigor metodológico. Nesse período, de acordo com Fiorentini; Souza Jr; Melo (2012, p. 310) "o professor vê-se reduzido à condição de técnico que apenas toma conhecimento, por meio de cursos de atualização, do que foi pensado/produzido pelos especialistas". Apesar das pesquisas estarem relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem, conforme Charlot (2005), Fiorentine e Lorenzato (2009) estas tinham como foco o modo como os alunos aprendiam, dando pouco valor ou importância a forma como os professores ensinavam. Os saberes dos professores considerados sem relevância e sem legitimidade "embora a prática pedagógica da sala de aula e os saberes docentes tenham começado, nesse período, a serem investigados, as pesquisas não tinham intuito de explicitá-los e/ou valorizá-los como formas válidas de legítimas de saber." (FIORENTINI; SOUZA JR; MELO (1998, p. 314).

A partir da década de 1980, segundo Fiorentini (2009, p. 07) surgiram novos grupos de pesquisas e de investigação nas diversas áreas da educação como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), a Associação de Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação (ANPED) e criação e ampliação dos programas de pós-graduação na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e nas Universidades Federais do país. Nesta década, "a dimensão sociopolítica dominaria o discurso pedagógico, sobretudo as

relações/determinações sociopolíticas e ideológicas da prática pedagógica", entretanto, "os saberes dos professores continuam pouco valorizados, não sendo problematizados", (FIORENTINI; SOUZA JR; MELO (1998, p. 313).

As pesquisas davam destaque aos pontos negativos das práticas pedagógicas e às carências dos saberes docentes. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009. p. 33) "os primeiros estudos sobre as práticas pedagógicas em sala de aula procuravam analisá-la em sua negatividade, isto é, pelas suas carências ou confirmações em relação ao modelo teórico que idealizava".

Nesta ideia, a formação de professores, por muito tempo, teve o foco quase que exclusivamente centrado no conhecimento sobre a disciplina ministrada. O domínio da disciplina era explorado parcialmente. Contudo, a pesquisa em educação foi sofrendo transformações, incentivadas a partir das interferências do movimento de profissionalização do ensino que começou ainda nesta década. A partir de então, pode-se citar o reconhecimento de que existem saberes que são específicos da profissão docente, que são desenvolvidos por professores durante o seu processo de formação, para o exercício da profissão e de saberes da experiência da própria profissão como educadores. Para Charlot (2005) o saber e a formação são inseparáveis, a relação com o saber é a fundamentalmente a base da aprendizagem.

Assim, muitas pesquisas foram desenvolvidas tendo como objeto de pesquisa os saberes dos professores o que provocou o crescimento, a diversificação e a polarização de conhecimentos relacionados ao campo de pesquisa educacional.

Simultaneamente, às mudanças ocorridas nas pesquisas da área da educação, nas últimas décadas, ocorreram também no Brasil e no mundo, transformações nos campos da economia, das tecnologias e das mudanças sociais que interferiram no contexto educacional, influenciando no perfil profissional dos professores. O contexto atual da educação exige profissionais preparados para lidar com os avanços tecnológicos e com as várias exigências sociais da atualidade.

Diante do novo perfil esperado dos professores, as pesquisas sobre formação e práticas buscam novos caminhos para a formação docente. Dentre os pontos principais, constam a formação da identidade do professor, os conhecimentos e saberes necessários à docência, a prática reflexiva da profissão, a formação inicial oferecida pelos cursos de licenciaturas, o perfil do professor pesquisador, dentre outros temas relacionados ao exercício da profissão. Ao tratar da formação inicial do professor, há, porém, de se levar em conta os desafios enfrentados nos cursos de licenciatura no campo institucional e curricular.

5.2.2 Cursos de licenciatura e seus desafios

Os profissionais da educação, em suas práticas convivem com vários problemas. De acordo com Ponte entre os desafios encontrados pelos profissionais destas áreas estão:

o insucesso de seus alunos, relativamente a objectivos de aprendizagem curricular e até a objectivos básicos de socialização e enculturação; a desadequação dos currículos e programas em relação às necessidades e condições dos públicos a que se destinam; o modo ineficaz e desgastante como funcionam as instituições educativas; a incompreensão de grande parte da sociedade, a começar pelos meios de comunicação social, para as condições extremamente adversas em que se trabalha na educação. (2004, p. 01).

Como em outros níveis da educação, a formação nos cursos de licenciaturas ao longo da sua história passa por inúmeros desafios elencados pelo Parecer 009/2001 do Conselho Nacional de Educação, documento que constitui a Proposta de Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica, em cursos de nível superior no Brasil. Esses desafios são apontados também por pesquisadores renomados como, por exemplo, Pimenta (1997) e Fiorentini e Lorenzato (2009) que pesquisam sobre a temática.

O referido Parecer 009/2001 elenca como principais desafios os do campo institucional e do campo curricular. Quanto ao campo institucional, estão: a segmentação da formação dos professores e a descontinuidade na formação dos alunos da educação básica, a submissão da proposta pedagógica à organização institucional, o isolamento das escolas de formação, o distanciamento entre as instituições de formação de professores e os sistemas de ensino da educação básica. Já no campo curricular, os maiores desafios ocorrem por desconsiderar o repertório de conhecimento dos professores em formação, por desconsiderar as especificidades próprias dos níveis e/ou das modalidades de ensino em que são atendidos os alunos da educação básica e ainda, por desconsiderar as especificidades próprias das etapas da educação básica e das áreas do conhecimento que compõem o quadro curricular na educação básica. Além dessas desconsiderações, há também de se levar em conta o tratamento inadequado dado aos conteúdos em geral, há ausência de conteúdos relativos às tecnologias da informação e das comunicações. Outro desafio, diz respeito ao tratamento inadequado dado à pesquisa, e não se pode deixar de dizer do tratamento restrito da atuação profissional e da concepção restrita de prática e, por fim há poucas oportunidades para o desenvolvimento cultural.

Um dos aspectos importantes trata-se do ingresso do aluno na graduação. A formação básica dos ingressantes ao magistério, conforme o referido Parecer é deficitária visto que, eles chegam à graduação sem os conhecimentos mínimos necessário para

prossequimento dos estudos neste nível de ensino. Este fato relaciona-se com outro desafio que é a pouca consideração dada pela instituição formadora aos saberes anteriores dos alunos, futuros professores, "o repertório de conhecimentos prévios dos professores em formação nem sempre ser considerado no planejamento e desenvolvimento das ações pedagógicas", (BRASIL, 2001, p.19).

Outro desafio consiste na aproximação ente os conteúdos pedagógicos e os específicos. O conhecimento didático-pedagógico fica em segundo plano uma vez que há valorização excessiva e preocupação exagerada com as disciplinas específicas nos cursos de licenciatura, "é frequente colocar-se o foco quase que exclusivamente nos conteúdos específicos", (Ibid., p. 21).

É o ideal contrastando com o real. De acordo com o Parecer 009/2001, "as escolas de formação devem garantir, com qualidade e em quantidade suficiente, recursos pedagógicos, tais como: bibliotecas, laboratórios, videoteca, entre outros, além de recursos de tecnologia da informação", (BRASIL, 2001, p.50). Este é o ideal, porém o real é a convivência com a falta destes investimentos na formação de professores nos cursos de licenciatura, nas instituições superiores de ensino, visto que elas, na sua maioria, não dispõem das condições ideais para o ensino de qualidade.

A maioria das instituições formadoras não conta com laboratórios adequados e nem equipados para desenvolver pesquisas. A pouca valorização da pesquisa como prática investigativa também é um desafio que urge ser superado. Ao se dar pouca importância à prática investigativa perde-se a oportunidade de se formar cidadãos pesquisadores e aguçar a criatividade a criticidade. Ainda são poucas as instituições de formação de professores que estimulam a pesquisa para o exercício da profissão.

Também a ser superada, é a falta de interdisciplinaridade e de transdisciplinaridade nos cursos de formação de professores. Na maioria das vezes, o fazer pedagógico acontece de forma isolada, tornando o conhecimento fragmentado. Currículos organizados por justaposição de disciplinas e a figura do professor transmissor de conteúdos curriculares, predominam "na organização universitária que, a despeito de serem tomados como verdadeiros e inquestionáveis, muitas vezes são fragmentados, desarticulados, não significativos para os alunos [...]" (PIMENTA E ANASTASIOU, 2010, p.154).

As diretrizes curriculares propõem um envolvimento entre as disciplinas para juntas formar um ensino homogêneo, para tanto, "a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade previstas na organização curricular das etapas da educação básica requerem um redimensionamento do enfoque disciplinar desenvolvido na formação de professores."

(BRASIL, 2001, p. 27). Outro problema constatado nos cursos de formação de professores está no fato de que eles "não instigam o diálogo com a produção contínua do conhecimento e oferecem poucas oportunidades de reinterpretá-lo para os contextos escolares no qual atuam" (BRASIL, 2001, p. 21). A formação inicial pouco tem preparado o futuro professor para atuar na docência com compreensão das práticas pedagógicas que se constituem num processo de formação contínua.

Ao tratar da formação de professores e dos saberes profissionais é preciso levar em conta as dificuldades e os desafios encontrados nos cursos de formação de professores que refletem nas formas de ensinar, de aprender e nas relações estabelecidas com os saberes dos envolvidos. Urgem medidas, como políticas públicas e adequação dos cursos de formação de professores para oportunizar uma formação com boa base teórica e que possibilite ao docente em formação a construção de uma postura crítica e reflexiva frente a sua própria prática e aos problemas da educação, que caracteriza o professor pesquisador.

5.2.3 A relação entre a formação de professores e os saberes profissionais docente

Nos cursos de formação de professores, a formação inicial do docente é precária, em parte, porque os currículos são fragmentados e desarticulados e estabelecem restrita relação com o cotidiano do professor em formação. Estes fatores acabam interferindo na ação docente e na relação estabelecida pelos professores com os saberes pedagógicos.

O desenvolvimento de currículos com conteúdos mais próximos à realidade pode contribuir neste processo. O fato de os cursos de Licenciatura desenvolver currículos formais compostos de conteúdos e de atividades distantes da realidade e do que se deseja como real prática social de educação, pouco tem contribuído para a formação profissional docente. De acordo com Pimenta (1997, p.6):

dada a natureza do trabalho docente, que é ensinar como contribuição ao processo de humanização dos alunos historicamente situados, espera-se da licenciatura que desenvolva, nos alunos, conhecimentos e habilidades, atitudes e valores que lhes possibilitem, permanentemente, irem construindo seus saberes fazeres docentes, a partir das necessidades e desafios que o ensino, como prática social, lhes coloca no cotidiano.

Isto vai ao encontro dos dizeres de Fiorentini; Souza Jr e Melo (1998, p. 322) quando afirmam que "embora o saber seja pessoal e evolua com o tempo e a experiência, ele é cultural, isto é, constitui-se pelas interações com os outros membros da nossa cultura". Estes autores destacam que "o nosso saber não é isolado, ele é partilhado e transforma-se, modifica-se a partir da troca de experiências e da reflexão coletiva com os outros" (Ibid.). A formação

do professor irá refletir diretamente nas suas ações pedagógicas e em sua forma de planejar e fazer intervenções no cotidiano escolar que irá influenciar na formação dos seus alunos.

Segundo Pimenta:

o conhecer diretamente e/ou através de estudos as realidades escolares e os sistemas onde o ensino ocorre, ir às escolas e realizar observações, entrevistas, coletar dados sobre determinados temas abordados nos cursos, problematizar, propor e desenvolver projetos nas escolas; conferir os dizeres de autores e da mídia, as representações e os saberes que têm sobre a escola, o ensino, os alunos, os professores, nas escolas reais; começam a olhar, ver e analisar as escolas existentes com olhos não mais de alunos, mas de futuros professores. (1997, p.11).

A formação deve acontecer em um lugar que se possibilite o desenvolvimento amplo por meio do engajamento, por meio de relações e inter-relações que façam sentido para quem aprende. Conforme Charlot (2005), para que haja aprendizagem, o sujeito precisa aceitar ser educado. E isto só se efetiva quando o indivíduo realiza atividades que fazem sentido para a sua vida.

Nos cursos de formação de professores é ainda comum haver uma supervalorização das disciplinas específicas em detrimento das pedagógicas, existe fragmentação dos conteúdos das diversas áreas do currículo, faltando inter-relação entre as disciplinas de conteúdos específicos.

Segundo Pimenta (1997, p. 09), é preciso vencer a contradição que se instalou em que ao mesmo tempo em que os professores em formação "esperam que a didática lhes forneça as técnicas a serem aplicadas em toda e qualquer situação para que o ensino dê certo; esperam ao mesmo tempo em que desconfiam, pois há tantos professores que cursaram a disciplina (e até a ensinam!) e, no entanto, não tem didática." Estes mesmos de certa forma reconhecem que "para saber ensinar não bastam a experiência e os conhecimentos específicos, mas se fazem necessários os saberes pedagógicos e didáticos. Na história da formação dos professores, esses saberes têm sido trabalhados como blocos distintos e desarticulados." (Ibid.).

O trabalho do professor exige à formação de uma atitude interdisciplinar que englobe, além da aquisição de conhecimento, as ações pedagógicas que sejam capazes de promover transformações mais amplas tanto nos alunos, nos professores, na instituição como também no meio social em que estes estão inseridos. Assim, é preciso se repensar sob qual a concepção de sujeito se sustenta a formação oferecida. O futuro professor precisa ter conhecimentos que contemple várias áreas disciplinares pela construção de um conhecimento amplo que lhe permita segurança no exercício da docência.

De acordo com Fiorentini; Souza Jr; Melo (1998) e Charlot (2005), os fatos políticos, os acontecimentos econômicos, assim como as transformações sociais devem ser objeto de estudo e de análise no espaço escolar. Este estudo deve favorecer a integração da formação intelectual com outros conhecimentos da sociedade em que o aluno está inserido. E integração requer, por sua vez, a formação de professores que sejam capazes de promover efetiva articulação entre teoria e prática, também cumpra a dimensão política do papel docente.

A formação do professor-pesquisador de acordo com Pimenta e Lima (2008) podem representar meios para que se estabeleçam as condições para um professor assumir a sua própria realidade profissional como objeto de pesquisa. A relação entre teoria e prática se constitui condição necessária do processo de pesquisa que transforma o próprio pesquisador. Para estas pesquisadoras "o papel das teorias é iluminar e oferecer instrumentos e esquemas para análise e investigação que permitem questionar as práticas institucionalizadas e as ações dos sujeitos." (Ibid., p. 43). E ao mesmo tempo, "colocar elas próprias em questionamento, uma vez que as teorias são explicáveis sempre provisórias da realidade." (Ibid.).

Em relação ao saber profissional, Pimentel e Pontuschka (2014) corroboram com Tardif (2006) quando afirmam que este é o saber do indivíduo em formação e está relacionado com a sua identidade, com as suas experiências cotidianas de vida e com a sua história e atuação profissional, com o seu trabalho no dia a dia com os alunos e com outros participantes da escola. Os saberes dos professores "dependem das condições reais de trabalho, da personalidade e da experiência profissional própria de cada um, situando-os na interface entre o social e o individual." (TARDIF, 2006 APUD PIMENTEL E PONTUSCHKA, 2014, p. 83).

Os saberes da docência constroem-se, pela integração entre os saberes disciplinares, os saberes curriculares e os saberes experienciais. Segundo Pimenta e Lima (2008) as instituições de ensino superior, de formação de professores, devem promover a valorização da pesquisa tendo o professor como foco principal lembrando que quando se deseja trabalhar com a noção de professor com perfil de investigador, reflexivo é necessário cuidado para saber distanciar os problemas cotidianos e imediatistas da sala de aula, visto que estão relacionados à profissão professor, outros aspectos sociais, profissionais que devem ser considerados. Sendo então

um saber plural, resultante de saberes oriundos da formação profissional que se articulam com saberes pessoais, com saberes provenientes da formação escolar anterior, com saberes dos programas, dos livros didáticos usados em seu trabalho e, ainda, com saberes advindos da sua própria experiência na profissão. (TARDIF, 2006 apud Pimentel e Pontuschka, 2014, p. 84).

Para Ponte (2004, p. 12), há que se ter cuidado com os termos professor pesquisador e professor reflexivo usados necessitando que seja claro o sentido que se quer dar a estes conceitos. Quanto a isso é necessário que seja clara a concepção de pesquisa norteadora da formação inicial "pois ser um pesquisador não é partir em busca do acúmulo de conhecimentos e informações sobre uma determinada temática ou um problema enfrentado na escola." (SILVA E LIMONTA, 2012, p. 18).

A formação inicial do professor deve ser uma "oportunidade de aprendizagem da profissão docente e da construção da identidade profissional." (PIMENTA E LIMA, 2008, p. 99). Logo não deve objetivar apenas a instrumentalização técnica, deve fazer mais do que ensinar conteúdos e metodologias e técnicas para serem aplicados na sala de aula. De acordo com Nóvoa (1997, p. 25) "a formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re) construção permanente de uma identidade pessoal". Para Almeida e Pimenta (2014), "o saber docente é produto de múltiplas interações decorrentes da história de vida de cada professor, dos sistemas de ensino e instituições escolares, das teorias do campo educativo e científico, bem como do coletivo profissional."

Segundo Silva e Limonta (2012, p. 18) deve ser "compromisso das instituições formadoras e das políticas públicas de formação: tornar os profissionais da educação "sujeitos de conhecimento" capazes de apreender, analisar, criticar e produzir conhecimentos sobre seu trabalho". Para Silva:

a pesquisa é fundamental porque no despertar da curiosidade, da inquietude, do questionamento, do desejo de ter novas respostas, da descoberta e criação, da atividade da práxis e na recusa de ser homem-massa, objeto dos outros contém a possibilidade de formar sujeitos autônomos capazes de dizer não e de tomar as próprias decisões. (2009, p. 11).

Assim, em suas formações, para estes pesquisadores, os professores devem ser chamados a se conceberem como autores e produtores de seus próprios conhecimentos a partir da investigação da suas próprias práticas incluídas na suas vidas pessoais, levando em conta todo o contexto em que estão inseridos. A construção do conhecimento acontece pelo seu próprio saber, fazer, pensar e sentir no enfrentamento do cotidiano da sua profissão.

Conforme Pimenta (1997) é neste processo contínuo, iniciado mesmo antes da formação inicial, e não somente no momento da atuação profissional, que é construída a identidade profissional do professor. Identidade esta que é construída a partir do significado que se dá à profissão, ao rever os significados e as tradições. Ao se confrontar teorias e práticas, ao se fazer análise das práticas a partir das teorias construindo assim novas teorias.

Os saberes da docência e a identidade são construídos conforme o significado que o professor assume de seus valores, de suas formas da atuação na sociedade, das suas histórias de vida, das suas angústias e do sentido que ele dá ao ser professor na sua vida. Em relação a isto, Fiorentini; Souza Jr; Melo propõem que:

1) A formação inicial de professores não pode continuar dicotomizando teoria e prática, pesquisa e ensino e conteúdo específico e pedagógico. 2) Os eixos de formação teórica, tanto em relação à(s) disciplinas(s) de sua área de atuação como àquela relativa à educação, devem continuar tendo lugar de destaques na formação do professor [...] tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração de conteúdos da formação teórica. 3) Os professores de ensino fundamental e médio poderiam organizar-se em grupos de estudo/pesquisa de modo a buscar coletivamente reflexivamente a superação de suas práticas curriculares, promovendo assim seu próprio desenvolvimento profissional. 4) Os professores universitários que trabalham e investigam a formação continuada poderiam formar parcerias com os professores do ensino médio e fundamental com o intuito de desenvolver pesquisa-ação. (1998, p. 332-333).

Enfim, a pesquisa constitui-se de um processo que favorece a construção do conhecimento. A formação do professor está intrinsecamente ligada forma como os saberes construídos se manifesta na docência e são incorporados à sua identidade profissional. (PIMENTA E LIMA, 2008). Ao pesquisar a própria prática, o professor tem a oportunidade para construir conhecimento sobre esta mesma prática e se reconhecer como professor, modificando e reformulando as suas formas de trabalhar e se desenvolver profissionalmente. Neste processo, terão oportunidade de interferir positivamente para inovação dos currículos e para fortalecimento da profissão e ainda contribuir com as práticas profissionais de outros professores e de outras instituições.

Nesse sentido o Estágio Supervisionado se apresenta como um espaço importante na formação inicial do professor. Segundo Pimenta e Lima (2008, p. 62) quando "volta-se para o desenvolvimento de uma ação vivenciada, reflexiva e crítica." Contudo lembram que para que isto aconteça este "deve ser planejado gradativa e sistematicamente com essa finalidade". (Ibid.). Logo, se faz necessário ter bem definido qual o tipo de estágio se pretende realizar e quais habilidades esperam se formar na formação inicial de professores.

5.3 O Estágio Supervisionado na formação do professor

O Estágio Supervisionado é um momento importante da formação dos futuros profissionais. Nos cursos de formação de professores conforme Buriolla (1999 apud PIMENTA E LIMA, 2008), o estágio deve constituir de uma ação vivenciada, reflexiva e crítica em relação a profissão e a função do professor. Para Pimenta e Lima 2008, o estágio é

importante na formação de professores porque por meio dele o futuro profissional tem a oportunidade de conhecer aspectos indispensáveis para a formação da sua identidade e dos saberes da docência.

Há uma predominância de uma visão técnica do estágio como se ele não dependesse das outras áreas de formação e esta concepção deve ser superada visto que o estágio não deve ser apenas uma atividade prática. O estágio segundo Pimenta e Lima (2008, p. 45) "não é atividade prática, mas teórica, instrumentalizadora da práxis docente, entendida esta como atividade de transformação da realidade." Lembrando ainda que sob esta perspectiva "o estágio curricular é atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade, esta, sim, objeto da práxis. Ou seja, é no contexto da sala de aula, da escola, do sistema de ensino e da sociedade que a práxis se dá." (Ibid.).

Neste sentido o estágio deve proporcionar a articulação dos saberes e práticas e constitui-se em um grande desafio, oportunizar e estimular ao acadêmico a produção de saberes. Para que o estágio aconteça efetivamente é necessário superar as barreiras da falta de articulação entre as áreas do conhecimento. Torna-se necessário então, formar uma concepção de estágio em que o futuro professor, forme sua identidade de professor por meio da pesquisa que proporcione reflexões sobre acontecimentos e ações que os auxiliem na compreensão da realidade da escola. Essa análise deve acontecer por meio das atividades nas escolas que envolvam amplamente os aspectos da profissão que compõem a complexidade do trabalho pedagógico e construção da identidade do professor.

5.3.1 A concepção de Estágio no Curso de Matemática da UEG/Iporá

Neste trabalho não se teve a intenção de tecer críticas ao formação de professores que tem como foco na imitação de modelos e também não esteve em questão a formação por meio da imitação de modelos ainda que corrobore da ideia de Pimenta e Lima que quando afirmam que neste modelo o futuro professor se forma basicamente pela ação passiva de "[...] observar os professores em aula e imitar esses modelos, sem proceder a uma análise crítica fundamentada teoricamente e legitimada na realidade social em que o ensino se processa." (PIMENTA E LIMA, 2008, p.36). Também não é objetivo descrever e analisar aquela formação se embasa na instrumentalização técnica, apesar de se considerar que as técnicas metodológicas e instrumentais sejam importantes na atividade do professor.

Neste trabalho considera-se que a aplicabilidade de técnicas e de instrumentos deve fazer parte da formação dos professores, mas dentro de um contexto mais amplo que tem

como base o estudo das relações entre teoria e prática como indissociáveis, por meio da pesquisa científica. As análises de técnicas metodológicas que vise à investigação em sala de aula e os instrumentos pedagógicos e as práticas dos estagiários são uma parte importante da formação, contudo dentro de um contexto que tenha como base as relações entre teoria e prática como indissociáveis, por meio da pesquisa científica.

É importante lembrar que a pesquisa realizada no estágio do curso de Matemática não se trata daquela ideia de que ao se fazer ensino, automaticamente se estaria fazendo pesquisa ou o contrário. Trata-se do tipo de pesquisa em os processos do fazer ensino e do fazer pesquisa não acontecem naturalmente e simultaneamente sem que haja intencionalidade humana e reflexibilidade de forma sistemática. Desta forma na ideia de pesquisa aqui pretendida, o fazer ensino está vinculado à pesquisa, de modos articulados e interligados intrinsecamente de maneira que o ensino dá suporte à pesquisa da mesma forma que esta dá suporte ao ensino, contudo com a interferência intencional, reflexiva e sistemática do pesquisador.

Leva-se em consideração neste trabalho que na formação com foco apenas no debate sobre a teoria e prática corre-se o risco de que estes dois aspectos sejam identificados como dissociados criando-se um distanciamento entre estes dois aspectos da construção dos saberes docentes também não será discutida. O debate se dará então em relação a formação em que se busca a aproximação entre a teoria e a prática por meio da pesquisa e considerando estes dois aspectos como indissociáveis em que as ações de formação se darão por meio da realização de pesquisas que possibilitem a ampliação e análise do contexto da sala de aula bem como de todos os contextos em que o estágio se realiza.

Por meio da realização do estágio como campo de pesquisa que possibilita a vivência reflexiva e crítica da realidade, a identidade profissional tem maiores possibilidades de ser construída e considera-se que pela investigação da realidade se formam nos estagiários, atitudes e habilidades de pesquisadores ao compreender e problematizar as situações vivenciadas no estágio. Assim, para que este cumpra a sua função se faz necessário o seu desenvolvimento aconteça sob a perspectiva que as atividades nele realizadas possam ser utilizadas como objetos de pesquisa de forma que os estagiários possam relacionar teoria e prática pela análise e reflexão sobre a realidade do campo de estágio. O Estágio Supervisionado se apresenta assim como espaço de possibilidades para os estagiários desenvolverem atitudes e habilidades de pesquisadores a partir das situações vivenciadas nas atividades de estágio.

Conforme afirmam Almeida e Pimenta (2014) é ainda durante a vida escolar como estudante e depois especificamente na graduação que os saberes, as habilidades, as posturas e atitudes que formam o docente começam a ser construídas. Nos períodos de estágio, por meio das experiências pessoais que acontecem no contato direto com a escola campo tais saberes, habilidades e posturas são ressignificados pelo acadêmico. Contudo a formação não termina na licenciatura e é na atuação docente e no exercício da profissão que os conhecimentos vão sendo reconstruídos. Assim, "a formação inicial não torna a profissionalidade um produto acabado, mas pode fornecer fundamentos e diretrizes para que os profissionais, em seus ambientes de trabalho, possam construí-la e reconstruí-la diante de sua temporalidade e de seus contextos socioculturais".

Nesta visão de formação o Estágio Supervisionado assume destaque como componente curricular propício para a realização de pesquisas, produção e divulgação de conhecimentos relacionados à profissão docente como também as situações de aprendizagem específicas da disciplina de Matemática em sala de aula. Desta forma fornecendo elementos e direção para que os futuros professores construam saberes essenciais para formação profissional.

5.4 Como se realiza o Estágio no curso de Matemática da UEG/Iporá

Este capítulo foi redigido em parte usando a primeira pessoa do singular por ser tratar de um relato de experiências das atividades desenvolvidas pelos estagiários do terceiro e do quarto ano do curso sob minha intervenção pessoal como orientadora. Está em foco a atividade realizada pelos estagiários sob a minha mediação constante. Intervenções pedagógicas foram necessárias e isto me coloca no centro da pesquisa juntamente com os outros sujeitos, no caso, os estagiários.

5.4.1 A articulação entre teoria e prática no Estágio do Curso de Matemática da UEG/Iporá

O projeto de Estágio Curricular desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá, está de acordo como o previsto na LDB 9394/96 acontece como uma modalidade obrigatória e é regido por princípios, ações e metas da Universidade. Está de acordo com as Diretrizes do Conselho Nacional de Educação na Resolução nº 2 CNE/CP, de 19 de fevereiro de 2002 e se cumpre como instrumento de integração. Tem como base a articulação entre a teoria e a prática e entre o saber e o fazer por meio da pesquisa. Desenvolve-se como uma "forma de integrar o

processo de formação do aluno, futuro profissional, de modo a considerar o campo de atuação como objeto de análise, de investigação e de interpretação crítica, a partir dos nexos com as disciplinas do curso." (PIMENTA E LIMA, 2008, p. 24 apud OLIVEIRA E PERES, 2013, p. 02).

De acordo com o Projeto Político Pedagógico do Curso (PPC), o objetivo do curso de Matemática Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá é:

formar profissionais aptos para exercer as atividades docentes em Matemática no Ensino Fundamental e Médio, capaz de articular seu saber pedagógico e disciplinar e avançar no campo do conhecimento com atividades voltadas para pesquisa em Educação Matemática contribuindo, dessa forma, para o desenvolvimento da região em que se localiza. (UEG, 2009, p. 40).

O projeto de estágio no curso está em consonância com o PPC enfatiza a necessidade de proximidade entre teoria e prática, pela pesquisa. No terceiro ano do curso, o foco do debate e das pesquisas é relacionado à função social do professor, à construção da identidade profissional e aos aspectos gerais da profissão.

No quarto ano o debate está relacionado ao trabalho do professor diretamente em sala de aula por meio do desenvolvimento de projetos e as pesquisas têm foco na análise de metodologias de ensino, recursos de aprendizagem e nas aprendizagens Matemáticas por meio de atividades investigativas que propiciem a construção conhecimento por meio da ação dos próprios alunos. Debate-se à profissão docente com ênfase nas situações de aprendizagem específicas da disciplina de Matemática em sala de aula numa perspectiva de indissociação entre teoria e prática.

5.4.2 O Estágio Supervisionado do terceiro ano: um relato de experiência

Nesta pesquisa o que se deseja é analisar a mediação pedagógica dos acadêmicos estagiários do quarto ano do curso na realização de Investigação Matemática com o Geogebra em sala de aula. Entretanto, para analisar a ação didática dos acadêmicos é importante compreender como foram preparados para a execução desta estratégia metodológica de ensino, logo, torna-se necessário conhecer como se deu o processo de trabalho para a formação inicial dos futuros professores durante o estágio desde terceiro ano do curso.

Sou professora orientadora desta turma do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá e atuei como orientadora das atividades de estágio desde o ano de 2013 quando teve início a primeira fase do Estágio Supervisionado do terceiro ano do curso. Ao começar as orientações, logo após a apresentação do projeto de

estágio do curso para os acadêmicos, apresentei aos alunos uma seleção de obras relacionadas à formação do professor, a profissão em si e a importância do estágio nesta formação inicial como, por exemplo, Fiorentini e Lorenzato (2009), Pimenta e Lima (2008), Pimenta e Anastasiou (2010), Charlot (2005), D'Ambrósio (1996), Lima (2012), Nóvoa (1997), Braumann (2002), dentre outros. Apresentei também alguns documentos como o Parecer 009/2001 do Conselho Nacional de Educação e o Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá e o Projeto Pedagógico Institucional da Universidade Estadual de Goiás (PPI).

Solicitei-se que cada estagiário escolhesse duas destas obras para realizar a primeira atividade do estágio que foi leitura das obras escolhidas. Depois da leitura, nos encontros de estágio, aconteceu a realização de seminários sobre as obras com o objetivo de discutir o Estágio Supervisionado, a formação do professor e a profissão, confrontando os pontos comuns e divergentes destas obras. Paralelamente aos debates teóricos iniciou-se a observação participativa dos estagiários na escola, com intenção inicialmente, não somente de análise específicas de sala de aula, mas de identificação dos desafios profissionais vivenciados pelos professores e outros aspectos que envolvem o trabalho educacional na escola.

A segunda atividade foi a escolha e delimitação do tema de pesquisa a partir da problemática que cada um identificou como aquela que norteará o seu estágio durante o ano. A problemática foi identificada por meio das leituras e debates teóricos na Universidade e por meio das relações que inicialmente fizeram das questões em debate com o contexto da escola observado nas visitas, entrevistas com professores e diretores, participação em reuniões, conselhos de classe, dentre outras atividades. A atividade seguinte foi a elaboração do projeto de pesquisa do estágio do terceiro ano do curso em que cada acadêmico sobe a minha mediação, delimitou uma pergunta que deveria ser respondida durante as pesquisas teóricas e práticas do Estágio Supervisionado durante o ano de 2013.

No estágio do terceiro ano do curso se deu o início da atividade docente por meio do estabelecimento dos primeiros contatos com a escola campo, o desenvolvimento atividades que possibilitaram aos futuros professores conhecerem a estrutura física, política, pedagógica, a organização administrativa, os desafios e realizações e ainda auxiliar o professor em sala de aula realizando a monitoria e participando de atividades preestabelecidas pelo professor orientador e o professor regente e/ou profissional supervisor. Todas estas atividades tiveram como objetivo a adaptação e incorporação de atividades, comportamentos e valores próprios da profissão docente pela própria ação dos estagiários, provocando amadurecimento

profissional, psicológica e social gerando oportunidade pra refletir sobre a escola e o trabalho do professor dando início assim a construção das suas identidades de professores. E teve como objetivo também responder as questões de pesquisa dos projetos dos estagiários que utilizaram da própria prática no Estágio Supervisionado como objeto de pesquisa.

O estágio foi utilizado como espaço de realização de pesquisa em que por meio da utilização das suas próprias experiências na escola como objetos de investigações os futuros professores tiveram a oportunidade realizar reflexão e produção de conhecimentos relacionados à profissão docente. As pesquisas aconteceram de forma sistematizada, com uso de procedimento científico, partindo da formulação de um problema, passando pela coleta e análise de dados identificando inter-relações com conhecimentos dos fundamentos teóricos que propiciaram a construção de conhecimentos, formação de saberes e desenvolvimento de habilidades necessárias para o exercício da docência por meio a integração entre teoria e prática e pesquisa e reflexão. Assim promoveu-se a "formação da capacidade para articular os conhecimentos teóricos à sua prática profissional e de reflexão sobre a educação na sociedade em que se situa o papel do professor e do aluno na prática social dos indivíduos e a finalidade da ação pedagógica." (OLIVEIRA E PERES, 2013, p. 10).

Conforme previsto no projeto de estágio do curso a redação e estruturação do trabalho final foi uma etapa importante para a conclusão do estágio. Os trabalhos produzidos pelos alunos em forma de resumos expandidos ou artigos foram apresentados para a comunidade acadêmica e publicados nos anais do II Encontro de Educação Matemática da UEG/Iporá (ENEMAT) disponível em <<http://www.anais.ueg.br/index.php/enemat/>> e foram apresentados também no Seminário de Estágio Supervisionado da UEG/Iporá e publicados nos anais do III Congresso de Educação da UEG, Campus Iporá/2013, disponível em <<http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4098/2386>>.

No Estágio Supervisionado desta série, o que busquei como orientadora da turma foi quebrar ou superar a fragmentação entre a teoria e a prática. Não se teve ideia de confronto entre elas. A ideia usada foi a de práxis em que o estágio se desenvolveu com postura investigativa em que os alunos observaram, refletiram e fizeram intervenções nos contextos da escola e na vida dos professores e alunos e buscando a partir das experiências vivenciadas identificarem os desafios da profissão docente, analisar metodologias de ensino e aprendizagens e instrumentos didáticos, refletir sobre as práticas educativas a avaliação e o planejamento, sobre o que é ser professor pesquisador, sobre o perfil necessário para o professor do século XXI e sobre a função social do professor como agente de mudanças sociais. Logo, o estágio realizado nesta perspectiva "não é atividade prática, mas atividade

teórica, instrumentalizadora da práxis docente, entendida esta como a atividade de transformação da realidade." (PIMENTA E LIMA, 2008, p. 10).

Assim, o estágio realizado por esta turma do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, se afastou "da compreensão até então corrente, de que seria a parte prática do curso." (PIMENTA E LIMA, 2008, p. 09). Por meio de uma nova postura em que o "estágio que deve caminhar para a reflexão, a partir da realidade." (Ibid.). As pesquisas realizadas se deram de forma que fosse possível aos professores em formação visualizarem e analisarem os contextos das escolas campo de forma ampliada e assim pudessem obter nas teorias as possibilidades instrumentais para a realização das investigações e das análises e que a partir destas ações pudessem fazer questionamentos relacionados às práticas escolares, das instituições, dos gestores, dos professores, dos alunos e das suas próprias. O estágio realizado nestes moldes está de acordo com Pimenta e Lima (2008, p. 10) quando afirmam que o estágio como práxis deve ser uma "atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade." Destacando que isto quer dizer que "é no trabalho docente do contexto da sala de aula, da escola, do sistema de ensino e da sociedade que a práxis se dá". (Ibid.).

Como o foco desta pesquisa do mestrado são as atividades de Estágio Supervisionado do quarto ano do curso, é importante esclarecer que neste trabalho a descrição do estágio do terceiro ano tem a função apenas de facilitar a compreensão de todo o contexto em que se deram as atividades na série seguinte. Não fiz a análise dos trabalhos produzidos nesta série, contudo para conhecê-los basta acessá-los na página "O Estágio ", na aba "O estágio do 3º ano/2013" do sítio do produto final deste projeto.

5.4.3 A elaboração do projeto de pesquisa do estágio do quarto ano com a mediação pedagógica da pesquisadora

De acordo com o previsto no projeto de Estágio Supervisionado do Curso de Matemática, no segundo semestre do terceiro ano do curso, os acadêmicos e professor orientador elaboram coletivamente a questão de investigação central e elaboram o projeto de Estágio Supervisionado desta turma para ser desenvolvido no quarto ano.

Neste período, eu já estava aprovada no Mestrado em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Campus Jataí e diante dos problemas relacionados ao ensino de Matemática problemas como, por exemplo, a concepção de que a Matemática é muito difícil, o uso excessivo da metodologia tradicional pelos professores, a pouca variedade

no uso de recursos pedagógicos, o pouco uso de *softwares* matemáticos e outras tecnologias no ensino, insuficiente contextualização dos conteúdos que vise colocar o aluno como protagonista e trazer o contexto do seu dia a dia para a sala de aula e dificuldades no uso adequado da linguagem Matemática, que haviam sido identificados nas escolas campo pelos estagiários no período de observação participativa e semirregência. Apresentei então aos estagiários a proposta de desenvolvimento de um projeto sobre a Metodologia de Investigação com *softwares* educacionais de Matemática.

A ideia foi bem recebida e iniciaram então, sob a minha mediação, a realização de estudos teóricos sobre a Investigação Matemática em sala de aula e sobre o uso de *softwares* educacionais como instrumentos de ensino de Matemática como possibilidade de contextualização do conteúdo, inclusão das tecnologias nas aulas de Matemática em aulas investigativas.

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso de Matemática (2009, p. 40) as atividades de estágio deverão estimular o aluno "no desenvolvimento de projetos de pesquisa e atividades científicas para construir e compartilhar o conhecimento e capacitar o discente, para a análise crítica de materiais didáticos e de sua prática docente e elaborar propostas alternativas para intervir na realidade vivenciada. Porque se entende que este momento possibilita ao estagiário construir seu próprio caminho, ao inserir-se num processo de pesquisa tendo oportunidade de formar assim suas próprias concepções em relação à Educação Matemática e ao papel do professor em sala de aula. "A pesquisa é componente essencial das práticas de estágio, apontando novas possibilidades de ensinar e aprender a profissão docente." (PIMENTA E LIMA, 2008, p.114).

Segundo Pimenta e Lima (2008, p. 236) "a pesquisa nos estágios pode assumir diversas modalidades." Destacando que uma destas modalidades é a realização de estágios a partir de projetos de pesquisas dos professores orientadores. "Nesse caso, os estagiários poderão se envolver com planejamento, execução e avaliação de instrumentos e de situações para a coleta de dados, adquirindo assim habilidades de pesquisa." (Ibid., p. 237). Completando enfatizam que esta modalidade pode dar origem a outra que é "a proposição de pequenos projetos de pesquisas dos próprios estagiários, a partir de questões problematizadas nas situações vivenciadas." (Ibid.). Deixam claro que "essas modalidades não são necessariamente excludentes; podem se justapor, se combinar, se imbricar." (Ibid.).

Nesta ideia o meu projeto de pesquisa do mestrado passou a ser o projeto também da turma do quarto ano e eixo norteador das pesquisas dos estagiários que se deram por meio do desenvolvimento de pequenos projetos de pesquisas individuais em que colocaram seus

próprios processos de ensino como objeto de pesquisa. Os detalhes em relação ao processo de elaboração do projeto de pesquisa estão descritos a seguir.

Inicialmente, criei um grupo de estudos formado pelos acadêmicos estagiários do terceiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá. Organizei encontros periódicos semanais para o estudo teórico de obras como Ponte; Brocardo e Oliveira (2013), Lorenzato (2009, 2010), Skovsmose (2008), Bona (2009), Cruz (2005), Valente (1993), dentre outros.

Conforme pude verificar nos diálogos dos primeiros encontros do grupo de estudo, os acadêmicos já possuíam uma ideia do que se pode chamar de atividade investigativa de matemática, no entanto, não conheciam especificamente proposta metodológica da Investigação Matemática nos moldes propostos por Ponte (2004) e Ponte; Brocardo e Oliveira (2013).

Foi por meio dos estudos realizados nos encontros do grupo de estudo que os acadêmicos construíram seus primeiros conhecimentos sobre esta metodologia de ensino e ampliaram os estudos sobre os *softwares* educacionais de Matemática iniciado na terceira série na disciplina de Mídias na Educação Matemática. A ênfase dos estudos sobre os *softwares* educacionais foram sobre as características dos ambientes dinâmicos que os tornam propícios para a realização de Investigações Matemática.

A atividade seguinte foi a realização de um levantamento dos *softwares* educacionais de Matemática disponíveis atualmente na internet que possuem ambientes dinâmicos. Para esta seleção de *softwares* sugeri o estudo das obras de Bona (1998), Gravina e Santarosa (1998), Glaudcheff (2001), Valente (1993, 1999) para embasamento teórico sobre o assunto. Orientei pesquisas sobre os procedimentos necessários para a escolha do *software* educacional. Os detalhes do como se deu a escolha podem ser verificados no capítulo IV deste trabalho que trata do tema os *softwares* educacionais, os ambientes de aprendizagens, os programas de geometria dinâmica. Nos item 5.3 está a descrição dos critérios de avaliação e escolha de um *software* educacional e no item 5.3.1. está descrito como se deu a escolha do *software* Geogebra para realização e atividade de Investigação Matemática nesta pesquisa.

Ao final do ano de 2013 já estava decidido que o *software* educacional com ambiente dinâmico, gratuito e livre que seria usado para Investigação Matemática nas pesquisas do Estágio Supervisionado do quarto ano seria o Geogebra, um *software* até então desconhecido de todos os alunos. Então, com a colaboração dos estagiários elaborei o projeto de pesquisa que seria desenvolvido no estágio do quarto ano para responder a seguinte pergunta: a

Investigação Matemática com o *software* Geogebra pode contribuir no ensino de conteúdos de Matemática para alunos do Ensino Básico?

5.4.4 O Estágio Supervisionado do quarto ano do curso: a fase de regência

Assim como no terceiro ano, estágio do quarto ano iniciou-se com a proposta de obras (livros, artigos e teses de mestrados e doutorados) para leitura ou releitura e embasamento teórico. As obras sugeridas foram relacionadas principalmente ao trabalho do professor em sala de aula, as metodologias de ensino e recursos didáticos. Dentre as obras que foram analisadas estão Borba e Penteado (2012), Cruz (2005), Dias e Sampaio (2010), Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), D'ambrosio (1996), Fiorentini e Lorenzato (2009, 2010), Mendes (2008), Alro e Skovmose (2006), Gravina e Santarosa (1998), Lopes (2013), Cunha; Oliveira e Ponte (1996), Valente (1993), Vaz (2012), Cruz (2005), dentre outros. Nesta série o estagiário deve estar preparado para assumir uma sala de aula, realizar a fase de regência, considerando que o percurso efetuado ao longo da observação participativa e semirregência do ano anterior, o amparam para atuar como regente.

Em paralelo às leituras, seminários, redação de resenhas, resumos e fichamentos os acadêmicos tomando como base o projeto da turma elaborado no segundo semestre do terceiro ano, no ano de 2013, fizeram a delimitação dos seus temas individuais de pesquisa e definiu-se a problemática que norteou a sua própria pesquisa durante o estágio desta série. Todas as atividades foram realizadas com a minha mediação e intervenção constante.

Algumas questões estiveram relacionadas também aos seus trabalhos de Final de Curso (TC) e nesse caso o orientador de TC também foi parceiro da pesquisa e o artigo final produzido como trabalho final do Estágio Supervisionado também fez parte do texto da monografia. Também sobe a minha mediação os acadêmicos elaboraram os seus projetos de pesquisa individuais. De acordo com Pimenta e Lima (2008, p. 228) "o estágio com pequenos projetos possibilita que os estagiários vivenciem um processo em todas as suas etapas de diagnóstico, planejamento, execução e avaliação, em um espaço de tempo com começo meio e fim." E a vivência do processo "lhe permite ser aprendiz e autor simultaneamente, enquanto aprende a organizar e gerir o que é necessário e possível em um determinado tempo." (Ibid.).

Nenhum dos estagiários possuía experiências profissionais anteriores ao estágio. A fase de regência foi uma etapa importante na formação inicial dos futuros professores por ser o período em que tiveram a oportunidade de vivenciar os desafios da profissão e por meio das análises das suas práticas e dos seus próprios processos de ensino como objeto de pesquisa.

A pesquisa é componente essencial das práticas de estágio, apontado novas possibilidades de ensinar e aprender a profissão docente, inclusiva para os professores formadores, que são convocados, a rever suas certezas, suas concepções do ensinar e do aprender e seus modos de compreender, de analisar, de interpretar os fenômenos percebidos nas atividades de estágio. Assim o estágio torna-se possibilidade de formação contínua para os professores formadores. (PIMENTA E LIMA, 2008, p. 114).

Após a elaboração dos seus projetos individuais de pesquisa os acadêmicos sob a minha mediação e com a colaboração do meu orientador e dos seus orientadores de TC criaram as atividades pedagógicas que se desenvolveram nas escolas campo. Fizem juntamente comigo e com os professores regentes das turmas as escolhas dos temas e conteúdos em que se utilizariam da Investigação Matemática com o Geogebra como metodologia de ensino e aprendizagem. A seguir, foram elaboradas de forma coletiva, nos grupos de estudo, as atividades pedagógicas para experimentação com os alunos.

O planejamento constou-se da escolha dos temas e conteúdos, embasamento teórico sobre a possibilidade de Investigação Matemática com o Geogebra para o ensino dos conteúdos escolhidos, identificação das expectativas de aprendizagens, detalhamento da metodologia usada em sala de aula e planejamento da avaliação.

A pesquisa no Estágio Supervisionado do quarto segue os moldes de uma pesquisa científica porque "trata-se de um processo fundamental de construção do conhecimento que começa com a identificação de um problema relevante – teórico ou prático – para o qual se procura de forma metódica, uma resposta convincente que se tenta validar e divulgar." (PONTE, 2004, p. 4) e "todo esse processo é respaldado pela reflexão sobre o ato de ensinar e aprender Matemática, reflexão esta desenvolvida a partir da teoria em confronto com a prática realizada em sala de aula." (OLIVEIRA E PERES, 2013, p.11).

Tal confronto se dá numa perspectiva não de separação ou confrontação dissociada, mas de forma se propicie a construção conhecimento por meio da ação dos próprios alunos nas suas práxis, numa perspectiva de indissociação entre teoria e prática, que caracteriza a formação pela pesquisa da própria prática em que por meio da práxis docente ou da investigação e da pesquisa em que analisa a própria prática e simultaneamente faz reflexões durante esta prática em sala de aula o futuro professor vai construindo a sua identidade e recriando os seus conceitos de professor, aluno, aula e aprendizagem. Neste processo a prática como atividade sistemática e a ação de ser professor são inseparáveis e vistas como processos simultâneos.

As expectativas foram de que os alunos participantes das suas aulas experimentais por meio das atividades de Investigação, nas vivências de situações em que por meio do levantamento de conjecturas, experimentações, formalizações de conceitos ou mesmo generalizações de fórmulas Matemáticas pudessem desenvolver habilidades como, por exemplo, da compreensão de conceitos, procedimentos e estratégias Matemáticas e capacidade para aplicar os conhecimentos construídos em situações diversificadas do cotidiano ou de construção de novos conhecimentos acerca da própria Matemática.

Desenvolver raciocínios para resolução de problemas, capacidade para trabalhar em grupos, trocar informações e se comunicar. Estimular o espírito crítico e criativo para a utilização confiante de procedimentos e estratégias para compreensão dos conceitos matemáticos. Desenvolver progressivamente a linguagem Matemática oral e simbólica, as demonstrações Matemáticas, as conexões entre diferentes conteúdos e o desenvolvimento de atitudes de cooperação e autonomia.

A experimentação aconteceu em sete turmas do Ensino Básico sendo que duas atividades se desenvolveram no contra turno com 10 alunos de uma turma do quinto ano da primeira fase ano do Ensino Fundamental com os conteúdos Propriedades de Polígonos e Áreas e perímetros de retângulos e triângulos. Uma atividade foi desenvolvida por 27 alunos do nono ano do Ensino Fundamental, no horário normal de aulas com o conteúdo Diagonais de Polígonos. A atividade de Geometria na construção de ladrilhamentos foi desenvolvida no contra turno por 12 alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade sobre a Investigação das iterações de fractais foi desenvolvida no horário normal de aulas por 32 alunos do primeiro ano Ensino Médio. A atividade de Investigação Matemática com o Geogebra para análise de gráficos das funções quadráticas foi desenvolvida no horário normal de aula, por outra turma também de 32 alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade de Investigação da Regra dos trapézios foi desenvolvida por 12 alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Ao todo participaram das aulas experimentais dos projetos dos estagiários 126 alunos do Ensino Básico. Somou-se ao final, um total de aproximadamente 65 aulas ministradas em um total de 8 a 12 aulas por projeto, dependendo da turma e do conteúdo trabalhado.

Como professora orientadora de estágio, acompanhei presencialmente todas as aulas dos estagiários que fizeram parte deste trabalho, auxiliiei na coleta de dados por meio de anotações e seleção situações importantes ou até inesperadas que aconteceram, registrei fotografias, arqueei produções nos computadores e fiz, juntamente com os estagiários, arquivamento de atividades feitas manualmente pelos alunos. Estes dados foram analisados

posteriormente pelos estagiários dando origem a um relato de experiência científico. Parte deles também foi utilizada nas minhas análises da mediação pedagógica dos estagiários.

Em paralelo a coleta e análise de dados dos estagiários, eu também fiz as anotações e coletei dados para a minha própria pesquisa registrando as práticas dos professores em formação, a condução das etapas da investigação, a linguagem Matemática utilizada, as atividades propostas, como lidavam com as situações inesperadas, etc.

Esta coleta serviu para a análise da mediação pedagógica dos estagiários e identificação das percepções e aprendizagens sobre a Investigação Matemática com o Geogebra. De acordo com Pimenta e Lima (2008, p. 228) "a realização dos estágios sob a forma de projetos pode estimular nos estagiários o desenvolvimento de um olhar sensível e interpretativo às questões da realidade, uma postura investigativa, uma visão de conjunto do espaço escolar, uma percepção das dificuldades que a escola enfrenta." Contudo lembra que esta forma de trabalho estimula também a sensibilidade reconhecer também as "conquistas reveladas nas ações dos profissionais que ali se encontram". (Ibid.).

Os trabalhos dos acadêmicos foram apresentados em congressos como o Seminário Educação (SEMIEDU) realizado em 2014, na Universidade Federal do Mato Grosso, em Cuiabá e IV Congresso de Educação - V Seminário de Estágio e Encontro PIBID realizado na Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá/GO.

Desta forma o Estágio Supervisionado funcionou como um eixo articulador entre a teoria e a prática.

Portanto, oferece a oportunidade para que o professor em formação entre em contato com a realidade profissional com todas as suas implicações, em que irá atuar, para conhecê-la e para desenvolver suas competências e habilidades necessárias à aplicação dos conhecimentos teóricos e metodológicos trabalhados ao longo do curso. (OLIVEIRA E PERES, 2013, p.11).

As pesquisas realizadas tiveram intencionalidade de produção de conhecimentos que possibilitaram a compreensão da realidade de forma a possibilitar o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias a docência.

5.4.5 A metodologia da pesquisa realizada pelos estagiários

Nos trabalhos realizados pelos acadêmicos, predomina a abordagem qualitativa sendo que os artigos se apresentam como reflexões retrospectivas sobre o trabalho realizado na escola campo de estágio. Realizaram pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, visto que, como pesquisadores estiveram lidando com questões importantes relacionadas aos

softwares educativos de Matemática e a Investigação Matemática como metodologia de ensino. Sobre como usá-los pedagogicamente refletindo sobre o papel do professor mediador buscando percepções e entendimento sobre a natureza geral em relação ao ensino de Matemática numa perspectiva de que o conhecimento pode ser construído pela própria ação do aluno.

Nesse caso, considerou-se que os estagiários pesquisadores estiveram lidando com uma questão importante que foi analisar a Investigação Matemática com o *software* Geogebra para o estudo de conteúdos de Matemática refletindo sobre como a metodologia de ensino e o recurso didático contribuiu na aprendizagem dos alunos e sobre o papel do professor na realização de aulas investigativas. E por tratar-se de uma forma de pesquisa em que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), os dados foram coletados e analisados de forma reflexivas, buscando-se aspectos subjetivos e motivações não explícitas, ou mesmo inconscientes, de maneira espontânea. Isto porque se buscou percepções e entendimento sobre a natureza geral em relação à potencialidade do *software* Geogebra como instrumentos para realização de atividades investigativas de Matemática em sala de aula.

A metodologia de pesquisa se deu inicialmente com a realização e um estudo detalhado sobre a metodologia de Investigação Matemática e sobre os *softwares* educacionais de Matemática dentre eles o Geogebra que se iniciou no segundo semestre de 2013 durante as aulas de Metodologia de Ensino de Matemática e momentos de orientações para o Estágio Supervisionado. Paralelamente aos estudos teóricos aconteceu a elaboração do projeto de pesquisa que seria desenvolvido no Estágio Supervisionado do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá. Em 2014, definidos a questão de pesquisa e os objetivos realizamos novos estudos sobre o assunto e a elaboração do projeto de pesquisa individualizado dos acadêmicos estagiários.

Neste processo a investigação tendo com base Ponte (2004) se deu como um processo fundamental para a construção de conhecimentos e produção de saberes dos acadêmicos que identificaram um problema relevante que foi ausência de atividades investigativas nas aulas de Matemática e por meio da realização de uma pesquisa sistematizada em que se buscou de forma metódica uma resposta convincente para a indagação que era saber se a Metodologia de Investigação Matemática com o *software* Geogebra poderia contribuir para no desempenho dos alunos. E todo o processo se deu a partir de reflexões sobre o ato de ensinar de aprender Matemática nas práticas dos estagiários em sala de aula. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 49) a pesquisa pode

aprofundar nossa compreensão sobre como são utilizados e mobilizados os conhecimentos quando se ensina Matemática em sala de aula.

Cada estagiário sob a minha orientação, elaborou um projeto de pesquisa individual com o objetivo de analisar a Investigação Matemática com o *software* Geogebra no estudo de conteúdos de Matemática como a formalização do cálculo do número de diagonais de polígonos quaisquer, regra dos trapézios, área de polígonos, propriedades de polígonos, relação entre áreas e iterações de fractais, condições geométricas para construções de ladrilhamentos e funções quadráticas. De acordo com Pimenta (2008, p. 228) "a realização de estágios em forma de projetos desenvolve uma atitude de autonomia e de criatividade dos estagiários uma vez que possibilita a descoberta de espaços de intervenção significativa para a sua formação e para as escolas".

Durante o Estágio Supervisionado depois de elaborados o projeto de pesquisa individual dos estagiários durante as reuniões do grupo de estudo foram elaboradas coletivamente as atividades experimentais que seriam desenvolvidas em sala de aula. O grupo sob a minha orientação elaborou atividades de Investigação Matemática para serem feitas com o Geogebra que foram desenvolvidas em duas escolas públicas de Iporá. Nas aulas experimentais, se baseando principalmente na observação de situações das salas de aula, selecionando e analisando um conjunto de acontecimentos relacionados aos momentos da introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados, os estagiários avaliam as atividades investigativas.

Analisaram se houve envolvimento e se o aluno teve a oportunidade de experimentar, levantar conjecturas, discutir, formular respostas, formalizar e generalizar e provar conceitos matemáticos. Com a análise produziram relatos de experiência ou artigos científicos contendo o desenvolvimento das atividades, as suas próprias percepções e aprendizagens construídas.

Esta forma de análise dá espaço para várias interpretações visto que, durante a coleta de dados a principal fonte de informações foi o fazer do aluno e o desenvolvimento de cada uma das etapas das aprendizagens da Investigação Matemática que passa pelo experimentar, conjecturar, formalizar saber matemático na perspectiva construtivista tendo como princípio básico que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito.

Na atividade de Investigação Matemática o investigar é procurar conhecer o que não se sabe. Assim, o processo de criação Matemática é composto de muitas possibilidades de acontecimentos inesperados e de descobertas imprevistas em que para se resolver o problema proposto, pode acontecer novas descobertas que podem se revelar tão importante quanto ou até mais importantes que solucionar do problema original, contrastando inclusive com a

imagem comum desta ciência como sendo lógica e dedutiva cheia de rigor e certezas absolutas. Para Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 76), "neste sentido, uma experiência educativa pode resultar em um fracasso pedagógico, mas, do ponto de vista investigativo, a mesma experiência pode significar uma rica fonte de aprendizagem ou de produção de conhecimento sobre a prática docente." E neste processo os instrumentos de coleta de dados mais expressivos são os registros de alunos e professores, pois a maior parte se fundamenta em situações de ensino e aprendizagem.

Os estagiários escolheram cada um deles uma determinada turma onde foram realizadas as aulas teste de Investigação Matemática com o Geogebra buscando analisar o *software* como instrumentos propícios ou não às atividades investigativas de Matemática em sala de aula. Assim, nos períodos em que se realizaram as aulas experimentais para os alunos das sete turmas analisadas, cada uma delas se tornou objeto de pesquisa a ser investigado para cada um dos sete estagiários.

Nas aulas de teste observação direta e a descrição destas observações em fichas de acompanhamento em que são registradas as falas, as produções, as construções dos alunos, as descobertas e situações inesperadas que porventura vieram a acontecer na realização das atividades foram o principal instrumento de coleta de dados. Também foram usados instrumentos de coleta de dados as fotografias, as redações e as atividades feitas pelos alunos com ênfase nas construções realizadas no Geogebra e arquivadas para serem analisadas. A coleta de dados se deu principalmente por meio de fichas em que os estagiários descreviam as situações de sala de aula, reflexões sobre acontecimentos presenciados nos momentos em que realizaram as aulas experimentais. Também registraram fotografias e filmagem de algumas aulas e este material serviu de apoio nas análises.

As atividades realizadas pelos alunos em material impresso ou construídas no *software* Geogebra e arquivadas no computador foram utilizadas nas análises e foram importantes para a compreensão dos acontecimentos e das situações vivenciadas e descritas pelos estagiários que analisam suas próprias experiências como professores iniciantes e ao mesmo tempo analisam a utilização da metodologia de Investigação Matemática com o Geogebra na aprendizagem dos conteúdos de Matemática pelos alunos que participaram das aulas. De acordo com Pimenta (2008, p. 231) o professor ou futuro professor "pode colocar seu próprio processo de ensinar como objeto de pesquisa, o que deverá resultar em produção de conhecimento no campo da Didática."

O espaço de reflexão-ação foi criado pela proposta do uso da Investigação Matemática como metodologia de ensino em que os estagiários como investigadores

realizaram aulas experimentais, fizeram coleta de dados e analisaram os resultados de tais atividades tendo em vista o objetivo da pesquisa que é analisar a Investigação Matemática com o Geogebra para o estudo de conteúdos de Matemática.

Neste processo os futuros professores foram se formando pelas suas próprias atuações e ainda tiveram oportunidade para contribuir para mudanças de práticas pedagógicas dos professores parceiros. Assim também, aconteceu a formação dos acadêmicos estagiários para o uso do computador como recurso de aprendizagem por meio das suas próprias ações enquanto participantes da pesquisa.

Os estagiários sob a minha mediação permanente participaram de todas as etapas da pesquisa e foram colaboradores em todo o processo até a análise final, buscando nas suas próprias ações construir as suas próprias formações como professores. Assim, no decorrer da pesquisa os futuros professores foram se tornando capazes de problematizar, analisar e compreender suas próprias práticas produzindo significados e conhecimentos que contribuíram para suas formações pessoais e profissionais.

Após a realização das aulas experimentais os estagiários fizeram as análises das atividades desenvolvidas na escola produzindo os relatos de experiência. As análises se deram por meio do relato de experiência buscando identificar a interação entre o aluno e o *software* Geogebra, pelo uso da metodologia de Investigação Matemática.

Os relatos de experiências analisados estão com os nomes verdadeiros dos pesquisadores que autorizaram por escrito, o uso dos seus nomes completos e verdadeiros, a análise de todo o trabalho e que suas produções fossem anexadas na íntegra este trabalho. Tais produções sofreram interferência minha como orientadora de Estágio Supervisionado que mesmo nos momentos em que tentava me distanciar para observar me via como presença constante e efetiva nas suas produções.

Para Silva (2009, p. 167) os processos envolvidos no ato de pesquisar "são suscetíveis de desenvolver as capacidades de análise e investigação, capazes de formar sujeitos no espírito crítico, na dúvida metódica e na busca da unidade teoria e prática, pois permitem o movimento ação-reflexão-ação." Assim a pesquisa possibilitou aos acadêmicos a oportunidade para refletir sobre o ensino de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o uso dos *softwares* educacionais, em especial do Geogebra, como recursos de ensino e aprendizagem por meio da vivência das suas primeiras experiências na sala de aula em um contexto desafiador.

6 CAPÍTULO VI - A MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA DOS ESTAGIÁRIOS NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO O GEOGEBRA

Este capítulo apresenta a análise da condução das aulas feitas pelos estagiários, buscando identificar no trabalho pedagógico que realizaram ações didáticas peculiares às aulas de Investigação Matemática. O termo mediação pedagógica neste trabalho será o termo usado para identificar a ação didática e as atitudes dos estagiários tomadas nas aulas de Investigação Matemática que desenvolveram durante a regência do Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá conforme já descrito e justificado no capítulo III e levando em conta peculiaridades que caracterizam a mediação pedagógica em uma aula de Investigação Matemática conforme descritas no início do mesmo capítulo.

A forma como serão identificados os estagiários e os alunos das escolas campo neste e no próximo capítulo deste trabalho, a maneira como foram transcritos os diálogos e as citações dos artigos dos acadêmicos, da autoavaliação, das falas e dos comentários transcritos, bem como as suas fontes além da descrição das bases da análise estão descritas no capítulo I, que trata da caracterização e metodologia da pesquisa, no item 1.7.1., que trata dos instrumentos de coleta de dados utilizados pelo pesquisador nas análises e na discussão dos resultados.

Os instrumentos utilizados como fonte de dados para as análises fora os trabalhos finais de estágio, as suas autoavaliações, o diário de campo dos estagiários, os arquivos de atividades das aulas experimentais e o diário de campo da pesquisadora que se trata de um caderno utilizado para registros de falas, comentários e situações pedagógicas das atividades experimentais das salas, as salas de aula em que os estagiários desenvolveram a regência e do acompanhamento das aulas dos acadêmicos. No diário de campo encontram-se as anotações de situações da sala de aula peculiares à Investigação Matemática e aspectos relativos às ações didáticas dos alunos durante a regência, falas e comentários dos alunos participantes das aulas experimentais e de algumas situações específicas das aulas.

A identificação dos estagiários constando a idade, as experiências profissionais anteriores, algumas de suas concepções acerca do ensino de Matemática e outras informações estão publicadas na página *quem somos* do sítio do produto final desta pesquisa. A identificação do(a) estagiário(a) pesquisador(a) pode trazer informações importantes para o entendimento da sua ação pedagógica como professor em formação, visto que, de acordo com Pimenta e Lima (2008) e com Fonseca, Brunheiras e Ponte (2004) aspectos como suas experiências profissionais anteriores, idade, concepções acerca do ensino de matemática

podem interferir na sua condução das aulas bem como nas suas dificuldades em relação ao uso da metodologia e do recurso didático.

A descrição da mediação pedagógica da professora orientadora de estágio que esteve presente em todas as etapas orientando desde a elaboração dos projetos, auxiliando presencialmente no desenvolvimento das atividades experimentais nas escolas campo, fotografando, filmando e relatando as situações didáticas mais importantes no diário de campo, orientando nas análises dos resultados e na elaboração dos trabalhos finais está descrita no capítulo V nos itens 5.4.3, 5.4.4 e 5.4.5 que faz um relato de experiência de como se realizou o Estágio Supervisionado na formação inicial dos futuros professores do curso de licenciatura em Matemática da UEG, campus Iporá.

Em cada projeto os estagiários serão identificados nas análises por seus últimos sobrenomes e os sujeitos da sua pesquisa, alunos da escola campo, serão identificados por letras maiúsculas do alfabeto. A análise é constituída inicialmente de um breve resumo contendo o objetivo do projeto e informações importantes para o entendimento da ação pedagógica do professor em formação.

A seguir tem-se a análise da condução didática no desenvolvimento da atividade experimental. Para facilitar a identificação das peculiaridades que caracterizam a Investigação Matemática, presentes no desenvolvimento pedagógico, as atividades foram subdivididas em três etapas, conforme sugere Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

A primeira etapa foi o arranque da aula ou introdução do assunto, a segunda etapa foi à fase das experimentações e a terceira etapa foi a fase da discussão dos resultados finais. Assim organizou-se então a análise da mediação pedagógica dos estagiários nestas três fases buscando identificar no trabalho pedagógico realizado algumas peculiaridades que indiquem como aconteceu a Investigação Matemática em Sala de aula.

Tais peculiaridades que se buscou identificar são aquelas descritas detalhadamente no capítulo III deste trabalho. Analisou-se como se deu o arranque da aula e a elaboração da questão de pesquisa. O processo de investigação, levantamento de conjecturas, refinamento desta conjecturas por meio da experimentação, a formalização e a generalização dos conceitos matemáticos. Também se analisou como o estagiário foi capaz de lidar com aspectos como a gestão do tempo, dos diálogos e diferença de níveis de conhecimentos dos alunos.

Assim da mediação pedagógica dos estagiários na condução da atividade de Investigação Matemática se deram pela avaliação do papel que os professores em formação desempenharam como docentes e da forma como fez a gestão das atividades investigativas.

6.1 A mediação pedagógica no Projeto Ladrilhar - uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para realização de Investigação Matemática com o *software* Geogebra

A pesquisa da estagiária *Oliveira* tem com o tema Projeto Ladrilhar - uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para realização de Investigação Matemática com o *software* Geogebra. Trata-se da adaptação de uma atividade do módulo I do Curso de especialização para professores do Ensino Médio de Matemática da Universidade Federal de São Carlos do estado de São Paulo, para realização de Investigação Matemática com o *software* Geogebra. O objetivo da pesquisa foi analisar se Investigação Matemática com o Geogebra contribui para o ensino aprendizagem de conceitos geométricos por meio das construções de ladrilhamentos e da análise das condições geométricas necessárias para o ladrilhamento bem comportado.

A elaboração do projeto, a pesquisa e as aulas experimentais aconteceram nas atividades do Estágio Supervisionado do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá e foram desenvolvidas por uma turma de alunos com idade entre quatorze e quinze anos que estudam primeiro ano do Ensino Médio de Escola Pública Estadual da cidade de Iporá/GO.

Neste trabalho final, análises feitas pela estagiária sobre as suas aulas experimentais fundamentaram-se nas atividades desenvolvidas pelos alunos nas fases da Investigação Matemática destacadas por Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) e Vaz (2012). De acordo com estes estudiosos no desenvolvimento de uma atividade investigativa os alunos devem passar pelas fases do levantamento de conjecturas, da experimentação e refinamento das conjecturas, da formalização e da generalização Matemática. A os instrumentos de coleta de dados foram as anotações da pesquisadora, as atividades dos alunos, observação das falas e afirmações que foram transcritas e as construções que os fizeram com o Geogebra que foram arquivadas no computador.

6.1.1 A mediação pedagógica da estagiária

As aulas investigativas experimentais desenvolvidas pela estagiária *Oliveira* foram adaptadas para a turma do primeiro ano do Ensino Médio, tendo como base as atividades do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010), do módulo I do Curso de especialização para professores do Ensino Médio de Matemática da Universidade Federal de São Carlos do estado de São Paulo, para realização de Investigação Matemática com o

software Geogebra. As expectativas de aprendizagem foram de que os alunos por meio de análises geométricas, identificassem as três condições necessárias para a construção de um ladrilhamento bem comportado.

Na adaptação desenvolvida pela estagiária manteve-se a mesma expectativa de aprendizagem do projeto original. A adaptação foi em relação às atividades propostas e a metodologia de ensino. A nova proposta foi que os alunos identificassem as condições necessárias para a construção de um ladrilhamento bem comportado por meio da Investigação Matemática com o Geogebra.

Como a metodologia de ensino proposta foi a Investigação Matemática e de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), a condução de uma atividade pedagógica deve passar por três etapas que podem acontecer em momentos distintos ou em alguns casos simultaneamente. A primeira delas é o arranque da aula ou introdução do assunto, a segunda é a fase da experimentação e a terceira fase é quando acontece a discussão dos resultados. A condução da aula se deu então, identificando estas fases na gestão da atividade pedagógica feita pela estagiária.

- A introdução do assunto

Na primeira aula, a estagiária apresentou o *software* Geogebra, mostrou os recursos e explorou os conceitos básicos de geometria que seriam necessários para a realização da Investigação Matemática. Neste momento, os alunos se mostraram receptivos e curiosos em relação ao *software*. Não demonstraram grandes dificuldades em relação aos conceitos geométricos básicos e nem em relação o ambiente do *software*.

Na segunda aula, fez-se o arranque da aula com a introdução do assunto e as explorações iniciais do tema. A exploração da cantiga popular *Se esta rua fosse minha* foi importante nesse momento inicial despertando os alunos para o assunto em questão que era "os tipos de ladrilhamentos". A apresentação de imagens de ladrilhos fez com que os alunos despertassem para o fato de que existem tipos variados de ladrilhamentos e que estes obedecem ou não certos padrões.

A estagiária, por estas atividades iniciais, conseguiu despertar o interesse dos alunos, fazê-los levantar conjecturas que seriam importantes para o prosseguimento da atividade e ainda certificar que os alunos não sabiam a resposta para a questão de investigação que iria propor. Caso conhecessem, não haveria sentido continuar sendo necessário replanejamento da questão.

O ambiente de aprendizagem criado deixou os alunos à vontade para participarem, levantarem hipóteses, explorar suas próprias ideias, expor verbalmente o que pensavam. Ou por meio da escrita aqueles que tinham menos habilidade em falar e expor o que pensavam. Apesar da pouca experiência da estagiária em lidar com situações de sala de aula, conseguiu por meio da exploração da cantiga popular e da história e das imagens de ladrilhos que apresentou em slides ou fotografias despertar o interesse dos alunos para o tema em questão. Algumas das imagens foram fotografias que ela mesma tirou de locais conhecidos da cidade outras foram coletadas na internet.

Para introdução da questão de investigação a estagiária solicitou que os alunos separassem as imagens apresentadas em grupos, apenas observando os padrões matemáticos que fossem comuns. Foi um momento de muita troca de ideias e conjecturas até chegarem conclusão de que havia um grupo de imagens em que os ladrilhos seguiam um padrão bem definido, um grupo que não seguia nenhum padrão na construção e ou outro grupo que não poderiam colocar no primeiro grupo e que também não poderiam colocar no segundo grupo. Criaram então um terceiro grupo para colocarem aqueles que não fariam parte de nenhum dos dois grupos criados.

Como as aulas aconteciam no contra turno, a estagiária não tinha que seguir rigorosamente o cronograma de tempo planejado. Então se mostrou tranquila e administrou bem as atividades, não tendo que se preocupar como tempo cronometrado que precisa ser seguido quando se está em sala de aula no horário normal das aulas.

Estimulou os alunos a participarem e somente depois que haviam esgotado todos os argumentos e conjecturas em relação da separação dos ladrilhos em três grupos foi que falou pela primeira vez o termo ladrilhamento bem comportado. Mostrou então para os alunos que aquele grupo de ladrilhos que seguiam um padrão bem definido na construção era os chamados ladrilhos bem comportados. E que os outros dois grupos seriam os chamados ladrilhos não comportados.

Nesse momento lançou a questão de investigação: Quais são as condições necessárias para que um ladrilhamento possa ser chamado de bem comportado? De acordo com Oliveira, Segurado, Ponte (1998, p. 04). As investigações "podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos." No caso, a questão problema inicial foi apresentada pela professora.

Na turma muito participativa, os alunos conjecturaram que uma condição seria que fossem formados por uma mesma figura (polígono), que tivesse as mesmas medidas, ou que fossem formados por polígonos regulares e seguissem o mesmo padrão de tamanho e ordem,

dentre outras. Contudo, apesar de muitas conjecturas levantadas não souberam identificar quais seriam as condições necessárias para a construção de um ladrilhamento bem comportado. (OLIVEIRA C. K. M. ; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014).

Partindo daí, a estagiária propôs a Investigação Matemática com o Geogebra. Explicou que tinham uma questão a se investigada que era saber quais as condições necessárias para que um ladrilhamento pudesse ser chamado bem comportado. Informou nesse momento que são três as condições para que isto aconteça e deu detalhes de como seria a investigação, explicando que estariam usando palavras novas como conjecturar, experimentar, formalizar e generalizar, mas que quando cada uma fosse surgindo seriam informados dos seus significados.

Explicou que o objetivo da investigação seria responder a pergunta problema e entregou a cada um deles um bloco de notas para registrarem todas as pistas, conjecturas, descobertas e outras informações que ela sugerisse. E que no final das atividades aquele bloquinho de notas seria entregue a ela com todas as informações anotadas.

A mediação pedagógica da estagiária na fase de arranque da aula esteve de acordo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 26) para quem "o cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações." Destacando que "independentemente do nível etário da classe, há que garantir, nesta fase inicial, que os alunos compreendem o que significa investigar." (Ibid.). Assim na fase inicial de uma investigação, o professor deve deixar clara qual a questão problema a ser investigada e procurar criar um ambiente propício que desperte o interesse dos alunos pelo assunto e pela questão problema e deve "informar os alunos do papel que se propõe desempenhar. (Ibid. p. 28).

- A fase das experimentações

A aula seguinte se deu no laboratório de informática e os alunos ficaram ansiosos diante da possibilidade de usarem o laboratório, disseram que este era muito pouco usado nas aulas dos professores e que raramente tinham aula nesse ambiente. De acordo com as constatações feitas durante o período em que se realizou o estágio nesta escola, o laboratório de informática é muito pouco utilizado pelos alunos, seja nas aulas dos professores de forma pedagógica, seja fora do horário de aula.

A justificativa dos gestores da escola é que isto acontece porque não há na unidade escolar uma pessoa com disponibilidade para trabalhar naquele ambiente desde que o cargo de

dinamizador foi extinto no início do ano de 2011. Assim, quando o professor faz uso daquele local para dar aulas, ele mesmo fica responsável por ligar e desligar as máquinas, organizar o espaço, instalar os programas que precisar usar e gerir a aula atendendo as dificuldades técnicas e de aprendizagem do conteúdo de todos os alunos da turma. Esta situação precária de trabalho tem criado resistências nos professores em utilizar aquele espaço pedagogicamente.

Quando se iniciou a exploração das ferramentas do Geogebra, percebeu-se que alguns alunos não tinham muito contato com o computador e em conversas informais descobriu-se que metade da turma não tinha acesso a internet fora da escola. Contudo, mesmo os que eram pouco familiarizados com o uso do computador não tiveram dificuldades no manuseio dos recursos do Geogebra, aprenderam facilmente a usar e a manipular as ferramentas do *software*. Esta facilidade dos alunos confirma o que diz Oliveira; Guimarães e Andrade (2012, p. 04) quando afirmam que o a interface do Geogebra "possui uma linguagem simples e contém vários recursos que são de fácil manipulação".

Como muitos conceitos geométricos seriam usados na investigação proposta, estes foram lembrados por meio da realização de pequenos desafios. Lembrou se as ideias de ponto e reta, os conceitos de retas paralelas, perpendiculares, polígonos, polígonos regulares, vértices, ângulos, dentre outros.

Para facilitar a organização didática da aula, a experimentação foi dividida em pequenas atividades em que as fases do levantamento de conjecturas, experimentação e formalização aconteceram alternadamente ou até simultaneamente. Houve momentos em que se acontecia uma experimentação finalizando em uma formalização que ao mesmo tempo dava origem a novas conjecturas levando a novas experimentações.

Este surgimento de questões problemas secundárias e às vezes inesperadas é peculiar à Investigação Matemática. No caso isto aconteceu porque nas condições necessárias para um ladrilhamento bem comportado estão envolvidos diversificados conceitos geométricos que se integram uns aos outros. Todas as experimentações se deram em buscas de respostas para questões secundárias e pistas subsequentes que levaram a resolução da questão principal que era identificar as três condições geométricas necessárias para a construção de um ladrilhamento bem comportado.

Depois de lembrados os conceitos geométricos pré-requisitos para a realização da investigação e de os alunos estarem familiarizados com as ferramentas e recursos mais simples do Geogebra a estagiária propôs que construíssem ladrilhamentos usando polígonos regulares ou não regulares como preferissem.

Com esta atividade esperava-se que conseguissem identificar que todos os polígonos usados na construção de um ladrilho bem comportado deveriam ser polígonos regulares que não fossem pentágonos. Esta é primeira condição para a construção de um ladrilhamento bem comportado.

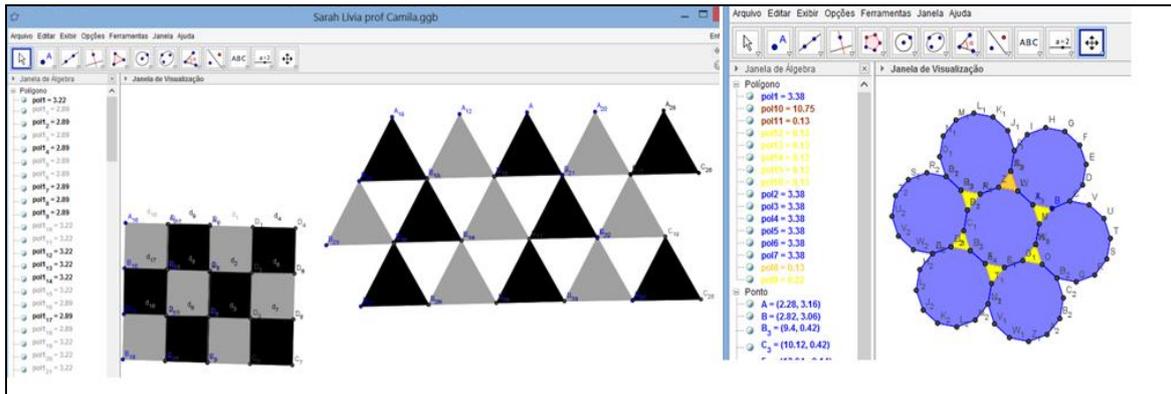
O Geogebra foi importante nesse momento. Mesmo com o pouco conhecimento de informática que tinham, os alunos conseguiram usar as ferramentas polígono e polígono regular necessárias para a construção. Conseguindo mover as figuras, aumentar o tamanho. Perceberam que se usassem a ferramenta polígono poderiam modificar o formato e as medidas, e assim modificar suas propriedades, no entanto se usassem a ferramenta polígono regular não poderiam modificar o formato, arrastar, mover, contudo as propriedades não seriam alteradas. Estas são características dinâmicas do Geogebra propícias para a realização de atividades investigativas já foram destacadas por Vaz (2012), Oliveira; Guimarães e Andrade (2012), Costa (2012), Nobrega (2010), Bortolossi (2012).

Durantes as construções alguns alunos que usaram a ferramenta polígono perceberam que com esta não conseguiriam construir um ladrilhamento bem comportado, alguns apagaram e recomeçaram usando o polígono regular, outros não. Depois de algum tempo, todos tinham construído seus ladrilhamentos.

A estagiária pediu então que anotassem nos bloquinhos as estratégias que tinham usado e as percepções que tiveram. O uso do caderninho de anotações e relatos de descobertas e estratégias também é peculiar as aulas de Investigação Matemática conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

A seguir, fez-se a discussão dos resultados parciais da investigação, todos os alunos apresentaram suas estratégias e pela comparação das estratégias e ferramentas usadas entre eles chegaram à formalização de que: Para se construir um ladrilhamento bem comportado todos os polígonos usados na construção deveriam ser polígonos regulares. (DIAS E SAMPAIO, 2010).

Figura 03: Construções de ladrilhamentos comportados no Geogebra.



Fonte: Arquivos da estagiária com atividades dos alunos participantes do projeto.

Para as construções de ladrinhamentos comportados da figura 03, de acordo com a estagiária:

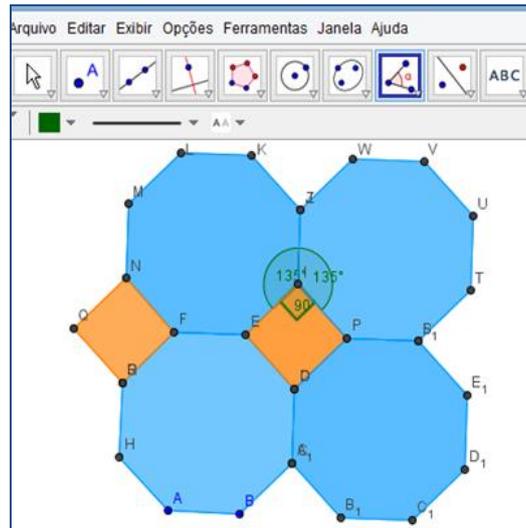
O *software* foi um recurso significativo nesta etapa, visto que, ao aplicar os recursos: arrastar, mover, ampliar, reduzir, dentre outros os alunos foram buscando as possíveis soluções para o desafio apresentado. Após as construções chegaram à conclusão de que realmente para ser um ladrilho comportado, seria necessário que os polígonos fossem regulares. Mas que esta formalização não valia no caso os ladrinhamentos feitos com o pentágono. (OLIVEIRA C. K. M. ; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p. 1580).

Um fato relevante foi que no momento em que ela estava registrando a formalização no quadro dois dos alunos que tentaram construir os seus ladrinhamentos usando pentágonos e não conseguiram lembraram que deveria acrescentar que isto não valeria para os pentágonos. Então a formalização deveria ser: para se construir um ladrilhamento bem comportado todos os polígonos usados na construção deveriam ser polígonos regulares que não fossem pentágonos.

Este acontecimento dá indicativos de que estagiária mostrou habilidade no desenvolver da aula neste momento, esperando que os próprios alunos descobrissem que ali havia uma exceção e que ao registrar uma formalização esta exceção também deve ser registrada.

Na atividade seguinte a expectativa foi de que os alunos formalizassem a segunda condição geométrica necessária para a formação de um ladrilhamento perfeito que é a seguinte: para a formação dos ladrilhos comportados é necessário que a intersecção, seja um lado ou um vértice do polígono que forma este ladrilho. Obedecendo a esta condição, a somas dos ângulos dos polígonos que formam a intersecção será 360 graus. Veja figura 04 feita por um dos alunos do projeto.

Figura 04: Construção de um ladrilhamento feita por um dos alunos.



Fonte: Arquivos da estagiária - atividades dos alunos participantes do projeto.

Para se chegar a esta formalização primeiramente os alunos precisavam saber como calcular a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.

A estagiária, iniciando um diálogo sobre as medidas de ângulos de polígonos diagnosticou que os alunos já sabiam que a soma dos ângulos internos de um triângulo equilátero é igual a $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$. E que a soma dos ângulos internos do quadrado é igual a $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$. Partindo deste conhecimento questionou sobre a soma dos ângulos internos de outros polígonos regulares como o pentágono, hexágono, eneágono. Percebendo que não sabiam calcular as medidas dos ângulos internos de polígonos com o número n de lados, maior que quatro, propôs a seguinte questão: vamos descobrir uma estratégia ou uma fórmula que sirva para calcular a medida da soma dos ângulos internos de qualquer polígono regular?

Diante da dificuldade dos alunos em levantar conjecturas, solicitou que construíssem no Geogebra um triângulo equilátero e um quadrado e procurasse estabelecer relações entre o valor da soma dos ângulos do triângulo equilátero e a soma dos ângulos do quadrado. Esperou que usassem os recursos do *software* para calcular as medidas dos ângulos internos de cada um dos polígonos, aumentassem e diminuíssem as dimensões das figuras e fizessem suas próprias análises. Os alunos conversavam entre si na dupla de trabalho e também com os colegas do lado. Comparavam as suas figuras com as dos colegas e comentários foram surgindo:

Aluna A: *Se dividir o quadrado em duas partes, as duas metades serão triângulos.*

Aluno B: *Mas não serão triângulos equiláteros.*

Aluna A: *Mesmo assim a soma dos ângulos desses dois triângulos será 180° cada um.*

Aluno C: *Isso é a metade da soma dos ângulos do quadrado.*

A estagiária Oliveira percebendo que as conjecturas dos alunos estavam no caminho certo sugeriu:

Oliveira: *Construam um pentágono ao lado destas figuras e analisem se há relação entre as somas dos ângulos internos do triângulo, do quadrado e do pentágono.*

Esta postura da estagiária deu indícios de que compreende a mediação e interação como aspectos fundamentais do processo de ensinar e aprender matemática e da importância do outro na aprendizagem.

Depois de construir o pentágono uma aluna falou em voz alta:

Aluna A: *O valor da soma dos ângulos do quadrado é o dobro da soma dos ângulos do triângulo porque pode ser dividido em dois triângulos. E do pentágono é o triplo porque dá para ser dividido em três triângulos.*

Percebendo que nem todos os alunos entenderam a suas conjecturas, a professora pediu que fosse ao quadro e explicasse a sua hipótese. Os colegas concordaram que ela tinha razão, contudo, um aluno questionou:

Aluno D: *Mas isto vai valer sempre, para qualquer polígono regular?*

Aluna P: *Vai sim D! Aqui no Geogebra eu posso dividir os polígonos em triângulos, e se eu aumentar ou diminuir o tamanho de qualquer polígono o valor da soma dos ângulos internos dos triângulos não mudam! Dá sempre 180.*

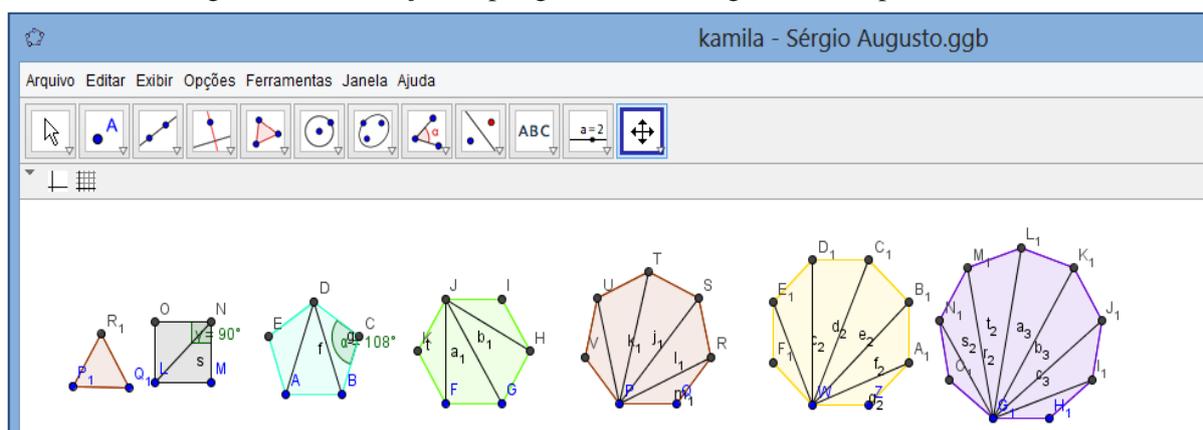
Aluno D: *Mas, e se o polígono tiver muitos lados? Você fez só com quatro e com cinco lados.*

Neste diálogo destaca-se como a manipulação do Geogebra e o diálogo que se estabeleceu entre professora e alunos oportunizaram a exploração das propriedades geométricas relacionadas às medidas dos ângulos internos dos polígonos, de forma que os alunos foram se apropriando de conceitos que foram se definindo por meio das conjecturas, construções e experimentações e das falas estabelecidas no grupo. Isto está de acordo com Gravina e Santarosa (1998) quando afirmam que os *softwares* educacionais com características dinâmicas, com o caso do Geogebra, surgem como uma nova forma de explorar os conteúdos e construir novos conhecimentos porque permitem conjecturas e experimentações que provocam o redimensionamento dos conceitos que os alunos já

conhecem interligando-os com aqueles ainda desconhecidos na busca de compreender as novas ideias que vão sendo construídas.

Nesse momento a estagiária sugeriu que construísem novos polígonos conforme figura 05.

Figura 05: Construção de polígonos e suas diagonais, feita por um aluno.



Fonte: Arquivos da estagiária: atividades dos alunos participantes do projeto.

Solicitou que em seguida os dividissem em triângulos e completassem uma tabela conforme mostra a figura:

Tabela 01: sugerida pela estagiária - triângulos que partem de um mesmo vértice no polígono.

Número de lados do polígono	3	4	5	6	7	8	9	n
Número de triângulos formados	1	2	3	4	5	6	7	n-2

Fonte: Diário de campo da estagiária.

Completando a tabela 01 os alunos formalizaram que o número de triângulos congruentes possíveis de serem construídos no interior de um polígono regular de n lados será sempre igual a $n - 2$. Em seguida a estagiária sugeriu que completassem uma nova tabela como a tabela 02 a seguir.

Tabela 02: Soma dos ângulos internos de polígonos regulares.

Polígono	Nº de lados	Nº de vértices	Nº de triângulos do vértice	Soma dos ângulos internos
quadrado	4	4	2	360°
pentágono	5	5	3	540°
hexágono	6	6	4	720°
heptágono	7	7	5	900°
octógono	8	8	6	1080°
qualquer	n	n	n-2	180° . (n - 2)

Fonte: Diário de campo da estagiária.

De acordo com Oliveira C. K. M; Oliveira C. M. S. e Vaz (2014) por meio desta tabela:

durante e depois da construção os alunos puderam observar e analisar os dados ali inseridos e compará-los com as informações das construções no Geogebra. Por meio da comparação, chegaram a formalização Matemática de como se calcula a somas dos ângulos internos de um polígono qualquer usando a formalização anteriores. Assim, conseguiram formalizar que a soma dos ângulos internos de um polígono poderia ser calculada pela fórmula $S_n = 180 \cdot (n - 2)$ se considerassem S_n igual a soma e n igual ao número de lados desse polígono. (2013, p. 1581).

As tabelas seriam um recurso interessante se os alunos não tivessem identificado nenhuma relação entre as somas dos ângulos dos polígonos e a quantidade de triângulos que poderiam ser formados ao dividi-los em triângulos congruentes. Como já haviam levantado esta conjectura, a estagiária poderia ter prosseguido a atividade de investigação mediando as descobertas já realizadas instigando para que partindo desta descoberta chegassem sozinhos, sem o artifício da tabela, à formalização de que o número de triângulos formados seria sempre o número de lados n subtraído de 2 unidade ou $n - 2$. A partir daí formalizar que a soma S_n dos ângulos internos de qualquer polígono seria $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ provavelmente aconteceria naturalmente e abriria espaço para a troca de ideias e para o diálogo entre os alunos. A construção da tabela mecanizou a descoberta e empobreceu a realização da investigação.

Por meio da construção da tabela os alunos chegaram à formalização do cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono regular. Contudo não perceberam a exceção do triângulo. Nesse momento a estagiária foi feliz na proposta que fez.

Propôs que testassem a fórmula para o maior número possível de polígonos regulares. Fazendo a testagem da fórmula para calcular as somas dos ângulos internos de decágonos, dodecágonos, eneágonos e também triângulos. Assim, identificaram que a fórmula valia para todos os polígonos regulares, exceto os triângulos equiláteros e formalizaram então que $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$, para $n > 3$, se considerassem S_n igual a soma e n igual ao número de lados desse polígono.

Ampliando os conhecimentos dos alunos a estagiária questionou:

Oliveira: *Esta fórmula vale para todos os polígonos convexos ou vale apenas para os polígonos regulares? Vamos fazer a testagem usando a calculadora?*

Calculando a soma dos ângulos internos de vários polígonos convexos regulares e não regulares os alunos formalizaram então que $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$, se $n > 3$, para qualquer

polígono convexo. Feita a formalização a estagiária fez a prova Matemática por indução para se chegar à generalização Matemática da fórmula. Conforme Oliveira C. K. M; Oliveira C. M. S. e Vaz:

partindo do princípio que certamente para $n = 3$ temos que o polígono convexo triangular em que por meio da geometria elementar sabe-se que a soma dos seus ângulos é 180° . Supondo então que a afirmação seja válida para $n = k \geq 3$, isto é, que a soma dos ângulos de um polígono convexo com k lados é $S_k = (k - 2) \cdot 180^\circ$. No polígono $a_0a_2 \dots a_k$ que é obtido ao traçar o segmento a_0a_2 tem k lados; logo a soma dos seus ângulos é $S_k = (k - 2) \cdot 180^\circ$. Tomando a soma dos ângulos do polígono original como S_k mais a soma dos ângulos do triângulo $a_0a_1a_2$ tem-se que, $S_{k+1} = S_k + 180^\circ = (k - 2) \cdot 180^\circ + 180^\circ = (k - 1) \cdot 180^\circ$. (2014, p. 1581).

Nesse momento, diante da dificuldade dos alunos em relação à representação abstrata da Matemática, a estagiária concluiu a prova rapidamente passando para uma nova questão:

Oliveira: *Vocês saberiam, com os conhecimentos que já possuem calcular o valor de cada ângulo interno de um polígono regular?*

E surpreendentemente desenrolou-se o seguinte diálogo:

Aluna M: *Basta dividir o valor da soma dos ângulos internos pelo número de ângulos do polígono.*

Aluna P: *Mas isso não vale sempre, se o polígono não for regular isto não vale.*

Aluna M: *Mas não foi isso que a professor perguntou? Como calcular os ângulos de um polígono regular?*

Estagiária: *Como ficaria a fórmula Matemática então?*

Aluno X: *Fica $\hat{A} = \frac{S_k}{2}$*

Aluna P: *Fica $S_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{2}$, para $n > 3$.*

Aluno X: *Isso não é a mesma coisa que $\hat{A} = \frac{Sn}{2}$, com $n > 3$?*

Aluna P: *Agora sim, você lembrou que tem que ser com $n > 3$.*

Diante das conjecturas dos alunos a estagiária propôs então que fizessem alguns testes calculando os valores de ângulos de polígonos regulares para comprovarem se suas formalizações Matemáticas estavam corretas.

No diálogo dos alunos pode-se identificar que compreenderam as formalizações dos cálculos da soma de ângulos e dos valores de cada ângulo de um polígono regular. Neste momento a estagiária poderia ter explorado o cálculo de valores de ângulos internos de

polígonos convexos não regulares. Como os alunos não apresentavam dificuldades com as formalizações à oportunidade para ampliar os conhecimentos poderia ter sido aproveitada.

Contudo, passou-se para a formalização da segunda condição necessária para a construção de um ladrilhamento comportado solicitando que os alunos voltassem às construções de ladrilhamentos que haviam feito antes no Geogebra e partindo da primeira condição já identificada, de que todos os polígonos da intersecção deveriam ser regulares e dos conhecimentos que tinham construído sobre ângulos de polígonos regulares, investigassem qual seria outra condição Matemática que poderia ser identificada. As conjecturas levantadas foram:

Aluna A: *A somas dos ângulos na intersecção dos polígonos é sempre igual. Nem precisa calculadora... é só conferir aqui no Geogebra.*

Aluna M: *Se juntar os ângulos dá para fechar um círculo.*

Aluno H: *Eu não calculei... o que eu fiz foi tentar desenhar no Geogebra um círculo com o centro na intersecção... fiz um círculo em cada uma e deu certinho. Dá para fechar o círculo sim, em todas!*

Aluno X: *Então mede sempre 360° ?*

O diálogo estabelecido permite observar a importância do momento das tentativas de justificativas das hipóteses para o processo de argumentação matemática. As ideias e conjecturas dos alunos vão se concretizando em imagens mentais e visuais criando novas ideias que vão se concretizando e novos conceitos matemáticos. Para Oliveira; Guimarães e Andrade (2012) ao utilizar o Geogebra o aluno tem a oportunidade de transformar as imagens mentais em imagens visíveis por meio do processo de formulação de hipóteses que provocam as descobertas que levam a construção de novos conceitos matemáticos.

A última pergunta foi direcionada a professora estagiária que teve habilidade para conduzir a investigação sem confirmar nem negar a conjectura em questão. Ao contrário sugeriu que calculassem os valores dos ângulos das intersecções e conferissem quanto daria a soma de todos eles.

Alguns alunos usaram a fórmula e a calculadora para fazer o que a professora estava sugerindo, contudo parte deles usou os recursos do próprio Geogebra para medir os ângulos e depois fazer a soma. Após alguns testes, sem dificuldades formalizaram que: a soma dos ângulos dos polígonos regulares nas intersecções será sempre 360° . Neste momento a estagiária cometeu uma distração e completou a condição Matemática acrescentando:

Oliveira: *Observem que para a formação dos ladrilhos comportados é necessário também que a intersecção, seja um lado ou um vértice do polígono que forma este ladrilho.*

Na proposta de investigação, esta condição Matemática deveria ter sido descoberta pelos alunos por meio da experimentação. Apesar de ter planejado bem a investigação e conhecer bem o conteúdo, talvez pela inexperiência ou pela pressa a estagiária adiantou a resposta que deveria ser investigada pelos alunos.

E fazendo a leitura da análise desse momento da aula, no relato de experiência produzido, percebe-se que o fato não foi mencionado e também ficou implícito se os alunos identificaram ou esta condição Matemática para o ladrilhamento comportado.

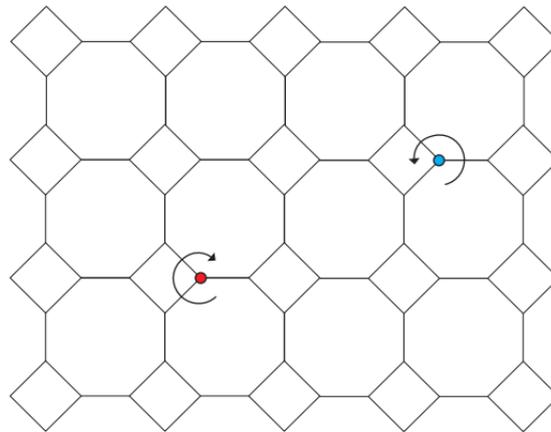
Em relação ao Geogebra afirma que:

o software Geogebra contribuiu para desenvolver a Investigação Matemática nesta atividade possibilitando que os alunos construíssem os polígonos com variados vértices e dividissem em triângulos, utilizando as ferramentas do software e assim observaram e analisaram cada figura até obter o resultado final. Possibilitando ainda, que durante a investigação Matemática os alunos interagissem com o conteúdo proposto, vivenciando e observando cada fase da investigação Matemática. (OLIVEIRA C. K. M.; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p. 1584).

Esta afirmação em relação ao Geogebra não foi pontual, não dá indicações reais de como o *software* foi utilizado na investigação. Afirma que houve interação dos alunos com o conteúdo e que vivenciaram as fases da investigação. Contudo a afirmação é vaga e inconsistente. Faltou na redação à avaliação das atividades mediadas como o Geogebra na análise desta etapa, clareza, para que quem não tenha presenciado a aula pudesse compreender o processo acontecido.

A terceira condição Matemática que os alunos deveriam investigar seria para a constatação de que a repartição dos ladrilhos ao redor dos vértices do ladrilhamento é continuamente a mesma. Ou seja, os mesmos polígonos que formam um ladrilho ao redor de um vértice, são os mesmos que formam todos os outros vértices conforme figura 06.

Figura 06: Os polígonos que formam um ladrilho ao redor de dos vértices.



Fonte: Dias e Sampaio (2010, p. 29).

A estagiária aqui adiantou para os alunos a informação de que a terceira condição para um ladrilhamento perfeito está relacionada à distribuição dos ladrilhos ao redor do vértice. Solicitou que voltassem as construções dos ladrilhamentos feitos no Geogebra nos quais eles já identificaram as duas primeiras condições. Dentre eles procurassem analisar como estavam dispostos os polígonos nas intersecções dos vértices. Também poderiam construir outros ladrilhamentos, desde que as novas construções atendessem as duas primeiras condições Matemáticas já identificadas. Durante as experimentações e análises houve comentários como, por exemplo:

Aluna A: *Os polígonos que se encontram em todos os vértices formando o círculo de 360° são sempre os mesmos.*

Aluno B: *Estão distribuídos do mesmo jeito. Será que esta é a condição professora?*

Estagiária: *E se você mudar o lado de olhar, a sequência muda?*

Aluna M: *Não muda não, tanto faz se girar para frente ou se girar para trás, fica sempre do mesmo jeito.*

Aluno C: *Acho que já sei qual é a condição. O jeito que os ladrilhos vão ser colocados vão sempre seguir o mesmo padrão, não importa o lado que eu começar a fazer o círculo.*

Aluna M: *A divisão dos ladrilhos ao redor dos vértices do ladrilhamento continua sempre igual. Em todos os vértices.*

Por meio deste diálogo os alunos formalizaram que a terceira condição para um ladrilhamento perfeito é a seguinte: a distribuição de ladrilhos ao redor de cada um dos vértices do ladrilhamento é sempre a mesma. Percebe-se nesta situação a busca da

formalização. A evolução e aprofundamento da argumentação matemática dos alunos ocorrida por meio da mediação pedagógica da estagiária.

- A discussão dos resultados

Após a descoberta das três condições para a construção de um ladrilhamento perfeito, deu-se na aula um momento de discussão dos resultados conforme previsto para uma Investigação Matemática. No relato de experiência publicado não há descrição de como este momento se deu e como contribui para a formalização dos conceitos matemáticos. A estagiária destaca apenas que a fase de discussão dos resultados foi importante para a finalização da investigação, pois foi o momento de "comparar os resultados obtidos entre os alunos, discutir e organizar as ideias, para que os alunos entendam o significado da investigação, e também formalizem e generalizem os conceitos matemáticos". (OLIVEIRA C. K. M. ; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p. 1583).

Entretanto, ao observar a discussão dos resultados em sala de aula presenciou alguns minutos em que os alunos tiveram oportunidade para falar das suas descobertas e do *software* Geogebra. Talvez pela pouca experiência em liderar um debate, o foco da discussão foi maior em relação ao Geogebra do que em relação às aprendizagens Matemáticas. As falas dos alunos a seguir indicaram que o ambiente dinâmico do *software* foi relevante para despertar o interesse em investigar, entretanto não há muita referência às estratégias e descobertas que fizeram em relação aos conteúdos matemáticos.

Aluna M: *Utilizando o Geogebra e consegui construir os ladrilhos e ir observando passo a passo o que estava acontecendo [...] isto foi muito diferente, muito melhor do que ficar só olhando os desenhos nos slides ou no quadro igual acontece nas aulas de Matemática.*

Aluna A: *Eu nem gosto de Matemática porque acho muito difícil [...]. No ano passado o professor ensinou a gente a calcular os ângulos de polígonos e eu não entendi e agora já consigo calcular até daqueles grandões de muitos lados.*

Aluno X: *Depois que eu assisti às aulas aqui eu descobri o ladrilhamento das paredes do banheiro lá de casa é comportado. Ele é feito de hexágonos azuis e quadrados brancos igual um desenho que o colega A fez.*

Aluna A: *Naquele que eu fiz os ângulos dos encontros medem, um deles 90 graus e os outros dois dos hexágonos medem 135 graus cada um, tudo deu 360 graus.*

Aluna P: *Até agora eu não tinha entendido porque aquele só de triângulos é comportado. Agora que entendi. Ele só é comportado se os triângulos tiverem os lados iguais, porque aí os ângulos vão medir 60 graus.*

Aluna M: *Lógico uai, se gasta seis triângulos em cada encontro então sessenta vezes seis dá 360 graus.*

A professora estagiária ficou quase o tempo todo só observando os alunos falarem. A intervenção e a mediação só aconteciam quando solicitada. Praticamente não fez interferências o que deu liberdade para os alunos exporem suas ideias. Isto foi importante para que os alunos pudessem, eles mesmos, nas análises, irem organizando suas ideias por meio do diálogo entre eles.

No entanto faltou certo direcionamento para que outros pontos importantes da investigação fossem debatidos. O termino da aula interrompeu abruptamente a discussão que não foi retomada na aula seguinte. Assim, pode-se dizer que foi um momento importante, contudo poderia ter sido mais bem explorado diante da boa vontade dos alunos em falar das suas descobertas.

Na última aula, os alunos resolveram alguns problemas apresentados pela estagiária em papel impresso os quais fizeram em grupo usando calculadora e recorrendo ao Geogebra quando sentiam necessidade e não houve dificuldades. Isto deu indícios de que os conteúdos trabalhados foram aprendidos pelos alunos.

Para concluir a proposta a sugestão foi que, divididos em dupla de trabalho, fizessem no Geogebra um ladrilhamento comportado e um ladrilhamento não comportado bem coloridos. Os desenhos construídos foram impressos e encadernados em forma de um catálogo e cada aluno ficou com uma cópia.

6.1.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

A mediação pedagógica da estagiária na condução das investigações e suas falas nas reuniões grupo de estudo indicam que o desenvolvimento da sua pesquisa provocou reflexões sobre aos desafios da docência, compreensão e aplicação da Investigação Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem. Ao avaliar as sua própria mediação pedagógica destaca que antes de iniciar o curso pensava que para ser uma boa professora precisar dominar muito bem os conteúdos e que isto seria suficiente. Lidar com a aprendizagem dos alunos não era uma preocupação sua, visto que na sua ideia, se dominasse o conteúdo, por consequência saberia ensinar. Contudo, "no decorrer do curso, percebi que os conteúdos de Matemática

podem ser melhores ensinados quando se utiliza metodologias adequadas e recursos didáticos variados". (OLIVEIRA, COMENTÁRIO G. E. 2014).

Em relação as regência, diz que, ao receber a proposta da orientadora de estágio para desenvolver aulas investigativas com os alunos da escola, inicialmente teve medo, mas aceitou o desafio.

Pensei que não seria capaz de desenvolver a metodologia de Investigação Matemática com os alunos porque eu já os conhecia. Como monitora do programa pró-licenciatura já havia observado algumas aulas da professora regente nesta turma e vi que mostravam desinteresse em estudar os conteúdos de Matemática e tinham muita dificuldade para fazer as tarefas em sala de aula. (Ibid.).

E lembra que ficou surpresa com a curiosidade e o interesse dos alunos quando começou a desenvolver o projeto. Diz que "os alunos ficavam entusiasmados ao verem os resultados das suas construções. Como eram construídas por eles passo a passo e isso estimulou a curiosidade em entender os conceitos matemáticos utilizados". (Ibid.).

Na sua autoavaliação cita que suas maiores dificuldades foram lidar com perguntas e conjecturas apresentadas pelos alunos.

Uma dificuldade que tive veio da falta de experiência na sala de aula. Caso eu respondesse a determinadas perguntas ou confirmasse uma conjectura antes da experimentação a investigação ficaria prejudicada. Então, ter habilidade para lidar com isso foi um grande desafio. Optei por seguir o conselho da minha orientadora, responder a uma pergunta com outra pergunta. Isto me dava tempo para pensar sobre como lidar com a situação. (OLIVEIRA, 2014).

Em relação às interferências do seu projeto para a vida dos alunos destaca lembrando SKOVSMOSE (2008), que suas pretensões foram de que pudesse contribuir para o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos participantes fazendo com que explorassem suas próprias capacidades intelectuais, duvidando de resposta e situações já preestabelecidas, questionando, elaborando problemas e buscando soluções para as perguntas que eles mesmos fizeram e argumentando em defesas das suas estratégias. Considera que desenvolvendo estas habilidades, os alunos poderiam utilizá-las para resolver outros problemas matemáticos ou não, dentro e fora da escola. (OLIVEIRA COMENTÁRIO G. E. 2014).

Sobre seu futuro na docência afirma: "Por meio das atividades descobri que na sala de aula quero atuar de forma criativa, usando metodologias e recursos diferenciados para atuando como mediadora, sem oferecer respostas prontas." (Ibid.). Enfatizando: "Quero que meus alunos aprendam a buscar suas próprias respostas e construir por sim mesmos os seus conhecimentos". (Ibid.)

Destaca ainda que na sua autoavaliação: "O Estágio Supervisionado foi definitivo para que eu pudesse compreender a minha função social e política como professora. Que ser professor de Matemática vai muito além do ensinar conteúdos de álgebra e geometria". (OLIVEIRA, 2014).

Enfim a mediação pedagógica da estagiária permitiu que acontecesse a Investigação Matemática em Sala de aula. Além do que, trabalho final produzido e as afirmações que fez nos debates do grupo de estudo dão indícios de que o desenvolvimento da pesquisa provocou reflexões sobre teorias de ensino e aprendizagem e sobre metodologias de ensino, em especial a Investigação Matemática. Tais reflexões se refletiram na sua formação e na sua ação docente, fazendo com que acontecesse os processos de ação-reflexão-ação em que teoria e prática foram utilizadas de forma indissociada.

6.2 A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra na formalização do cálculo de áreas desconhecidas por meio da regra dos trapézios

O objetivo da pesquisa da estagiária *Santos* foi analisar metodologia de Investigação Matemática em sala de aula usando o *software* educacional Geogebra para o ensino de do conteúdo Integral Numérica para uma turma de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Iporá/GO. Buscou-se identificar se o Geogebra, por ser um *software* dinâmico, pode contribuir de forma significativa para a realização da Investigação Matemática em sala de aula em as aulas investigativas de forma a contribuir para que os alunos pudessem agir como investigadores matemáticos.

6.2.1 A mediação pedagógica da estagiária

A pesquisa realizada pela estagiária foi planejada e desenvolvida a partir das atividades de pesquisa desenvolvidas no Grupo de Pesquisa formado pelos acadêmicos do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá que faz parte do Projeto de Mestrado da professora de Estágio Supervisionado que também é aluna do curso de Mestrado Profissional em Educação, Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Campus de Jataí. As atividades de pesquisa, a elaboração da atividade, as aulas experimentais e a análise das aulas se desenvolveram durante as orientações e a regência do Estágio Supervisionado sob mediação e supervisão da professora orientadora. A proposta de atividade experimental foi planejada coletivamente e contou-se também com as colaborações do professor Ms. Renato Assis Ribeiro da Universidade Estadual de Goiás,

Campus Iporá que auxiliou na elaboração do plano de atividades e do professor Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz do Instituto Federal de Goiás, Campus Jataí que orientou no planejamento e na análise das atividades experimentais. O conteúdo da Investigação Matemática foi o cálculo de áreas desconhecidas por meio da Regra dos Trapézios.

O projeto foi desenvolvido em uma turma de 14 alunos com idade média de 17 anos, do terceiro ano do Ensino Médio de uma grande escola pública da cidade de Iporá, Goiás.

De acordo com o trabalho final da estagiária "a questão planejada para investigação dos alunos foi: Como calcular a áreas de figuras desconhecidas se as fórmulas que conhecemos não forem suficientes para isto?" (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 163). O objetivo foi que alunos conseguissem formalizar e generalizar a regra dos trapézios por meio da Investigação Matemática com uso do *software* Geogebra. O tempo previsto para o desenvolvimento das atividades foi de aproximadamente 10 horas/aulas.

Os instrumentos para coleta de dados da estagiária foram os relatórios dos alunos, fotos, análise de atividades dos alunos e as anotações realizadas durante as aulas, instrumentos estes que também foram utilizados como fonte de dados para a produção deste trabalho, juntamente com as anotações que ela mesma fez em um diário de campo.

De acordo com a estagiária nas análises de todas as atividades

Foram observadas as fases das conjecturas, das experimentações, formalização e generalização. Também se observou a capacidade de concentração e interação com o grupo, precisão na apresentação dos grupos, atenção nas atividades propostas, estratégias utilizadas na resolução dos problemas e atividades. A atenção e experimentação no manuseio do *software*, adesão da proposta investigativa, estratégias utilizadas para construção da proposta e para chegar à formalização e generalização, capacidade de aplicação em situações cotidianas. E por fim, na resolução dos exercícios utilizando a Regra dos Trapézios, estratégias e interpretação dos exercícios aplicados ao dia-a-dia. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 173).

As análises feitas pela estagiária em relação às suas aulas se deram a partir das situações de sala de aula e de escritos da formalização dos alunos, estratégias usadas na resolução dos problemas, vivência das fases da investigação Matemática e capacidade de aplicação do conteúdo em situações problemas.

O artigo final produzido com estas análises se constitui de uma fonte de dados importante que foi utilizada para analisar a sua mediação pedagógica nas aulas de Investigação Matemática.

- A introdução do assunto

No desenvolvimento da sequência de atividades se levou em consideração os passos da Investigação Matemática proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), que consideram essa metodologia de ensino como uma forma de atividade em que se valorizam os processos matemáticos pela vivência das fases do conjecturar, experimentar, formalizar e generalizar os conceitos matemáticos. Ainda segundo estes autores "uma aula de Investigação Matemática habitualmente tem início com a introdução do assunto pelo professor que dá origem ao problema." (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2013, p. 41). Deste primeiro contato dos alunos com o conteúdo é que se propõe a questão a ser investigada na próxima etapa.

A mediação pedagógica da estagiária na aula experimental teve início como a introdução do assunto. Inicialmente contou um pouco da história da Geometria, enfatizando as descobertas egípcias e a Geometria grega de Euclides que é a base da Geometria Euclidiana. Logo em seguida apresentou o *software* Geogebra, explorando juntamente com os alunos os principais conceitos de Geometria que seriam pré-requisitos para a Investigação Matemática que seria proposta. Conforme afirma a estagiária um dos objetivos desta aula foi "relembrar a ideia de pontos e retas, relembrar conceitos de segmento de reta, plano, polígono, poliedros [...] além de relembrar como se calcula áreas de formas planas e, espaciais e áreas de formas desconhecidas pela soma das áreas de figuras conhecidas." (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 163).

Depois de explorados os recursos do Geogebra e de lembrados alguns conceitos básicos de Geometria e cálculos de áreas de regiões planas e espaciais, os alunos resolveram problemas encontrados em livros didáticos representativos de situações reais e/ou cotidianas em que fizeram os cálculos de áreas utilizando às fórmulas convencionais e/ou as somas de áreas de polígonos conhecidos. Segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) é comum e natural que nas primeiras tentativas de realização de aulas investigativas "o professor comece por recorrer a tarefas já construídas, utilizando-as nessa forma ou fazendo pequenas adaptações.

Depois de algumas experiências "é provável que comece a ganhar confiança para ser ele próprio a pensar nas situações a propor aos seus alunos." (Ibid. p. 142). A figura 07 apresenta situações em que os alunos trabalharam em grupo durante a resolução dos problemas propostos e durante a apresentação para a turma das estratégias que utilizaram para resolvê-los.

Figura 07: Alunos desenvolvendo atividade em sala de aula.



Fonte: Santos; Oliveira e Vaz, 2014, p. 164.

Esta aula concluiu com a discussão coletiva da resolução dos problemas. Conforme relata a estagiária este foi um momento importante não só para despertar os alunos para o tema, mas principalmente para verificar o nível de conhecimento da turma sobre o assunto. E assim, saber se a questão investigativa que seria proposta na próxima estava de acordo com a capacidade de realização dos alunos. Segundo a estagiária:

nesta primeira aula foi perceptível que os alunos da turma possuíam razoável conhecimento dos conceitos básicos de geometria e não apresentavam grande dificuldade nos cálculos matemáticos confirmando o que já havia informado a professora da turma. Conheciam também as fórmulas básicas para o cálculo de área de regiões planas e para o cálculo de volumes dos sólidos mais comuns como o cubo, o cilindro e os prismas. Identificou-se também que conheciam a forma geométrica da elipse e os elementos que a constituem. Isto nos deixou bastante animados porque estes conhecimentos são pré-requisitos para a investigação a ser proposta na etapa seguinte. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 164).

Este trecho em que destaca suas percepções sobre os conhecimentos da turma acerca do conhecimento que possuíam sobre o assunto indica que a estagiária tem bom domínio de como fazer a introdução do assunto como ponto de partida para a Investigação Matemática dos alunos. Propôs atividades para verificar alguns conhecimentos dos alunos sobre os conceitos geométricos como forma de planejar as futuras intervenções e para saber se a questão que iria propor estava de acordo com o nível de conhecimento da turma. Para Ponte et al. (1999, p. 11) "se a questão for considerada por eles como demasiado difícil, é natural que se sintam intimidados e não se disponham a trabalhar nela. Se for por eles considerada como demasiado fácil, é encarada como maçadora e desinteressante".

A mediação pedagógica da estagiária neste caso indica bom domínio da metodologia de Investigação Matemática, também porque fez a introdução do assunto revelando aspectos da construção histórica científica do conteúdo, da revisão de conceitos importantes que necessitavam serem lembrados por meio da exploração das ferramentas e recursos do Geogebra que era um *software* desconhecido dos alunos. Criou um ambiente agradável que deixou os alunos à vontade para trabalhar, ofereceu recursos e informações que facilitaram as resoluções tomando o cuidado para não dar as respostas prontas. Segundo Ponte et. al. (1999.

p. 07) "o professor tem de criar um ambiente em que todos os alunos se sintam à vontade para apresentar as suas conjecturas, argumentar contra ou a favor das ideias dos outros, sabendo que o seu raciocínio será valorizado."

- A fase das experimentações

Na segunda etapa, antes de lançar a questão problema, a estagiária primeiramente apresentou para os alunos a imagem de uma elipse. Em seguida pediu que construíssem uma elipse usando as ferramentas do Geogebra. Após a construção do objeto é que foi lançada a questão de pesquisa: "Como se calcula a área de uma elipse?"

Como era a primeira vez que os alunos realizariam uma Investigação Matemática a estagiária dispensou alguns minutos da aula para explicar que aquela questão problema deveria ser respondida por meio da realização de uma Investigação Matemática. Deixou claro para os alunos que se esperava deles naquela aula e nas próximas justificando o que quer dizer Investigação Matemática, quais os passos de uma investigação e quais eram os seus papéis como investigadores. Esta ação da estagiária indica que esteve seguindo as orientações de Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) quando afirmam que a mediação pedagógica do professor fica mais fácil quando os alunos compreendem o que se espera deles em cada fase, desde a formulação problema, levantamento de conjecturas, passando pela experimentação que tem como resultado a formalização e generalização dos resultados que deve ser discutidos coletivamente ao final do trabalho.

Em seguida esperou que levantassem conjecturas sobre como poderiam calcular a área desconhecida da elipse. Conforme pode ser confirmado no relato da estagiária:

Houve conjecturas como: *e se calculássemos a média aritmética de todos os raios da elipse?* Mas ao mesmo tempo outra conjectura: *para isto precisaríamos saber quantos raios tem uma elipse, se não sabemos não há como calcular a média.* Outro aluno disse em tom de brincadeira: *e se pudéssemos esticar daqui e empurrar dali até que a elipse fique circular?* Houve risadas, mas havia lógica no que foi dito. (grifo da autora). (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 165).

Além destas conjecturas destaca que:

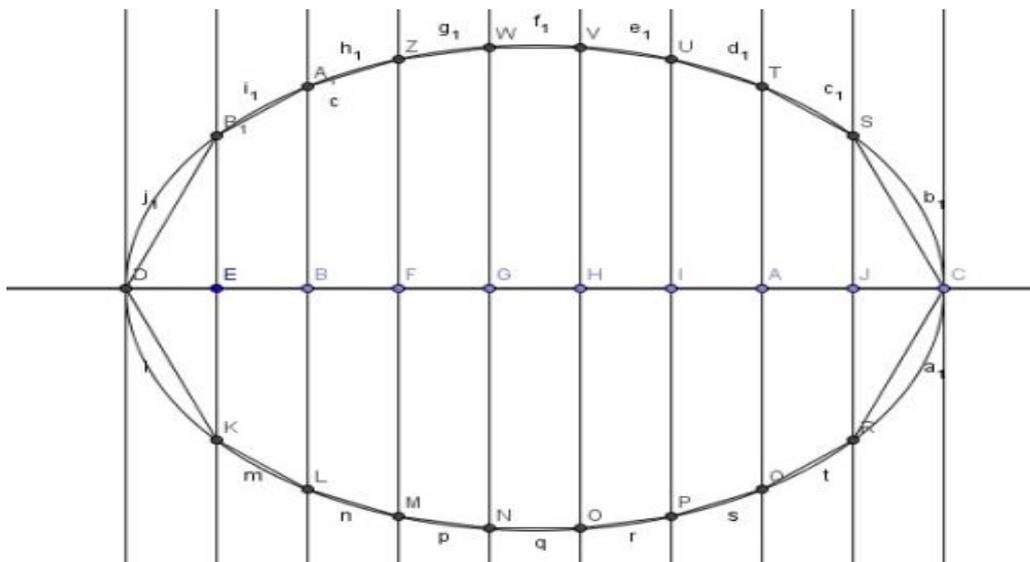
Houve ainda a sugestão de que se fizesse um retângulo no interior da elipse e que se calculasse a área do retângulo desprezando o que ficasse na área externa a ele. Mas chegaram à conclusão de que também havia lógica na situação proposta, mas que a área externa seria muito grande e por consequência o erro no cálculo também seria muito grande." (Ibid.).

Neste momento a estagiária foi habilidosa na condução usando esta última conjectura para dar início à experimentação propondo para os alunos que utilizassem da mesma ideia de

buscar uma construir no interior da elipse, formas poligonais conhecidas. Sugerindo que dividisse a elipse em várias partes. Lembra que para fazer isso se embasou em Ponte, Brocado e Oliveira (2013), o levantamento de conjecturas pode surgir de diversas formas podendo acontecer por meio da análise ou manipulação dos dados ou ao fazer comparações com outras conjecturas. E que o professor pode usar as próprias conjecturas que vão surgindo para conduzir a novas experimentações que levem os alunos a irem confirmando e refinando suas conjecturas. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014).

Como pretendia que os alunos conseguissem visualizar nas divisões da elipse as formas de trapézios sugeriu que usassem o Geogebra para dividir a elipse em partes iguais usando a ferramenta, *retas paralelas*. Todos os alunos dividiram a elipse verticalmente, usando a ferramenta indicada. Em seguida a estagiária solicitou que tentassem construir polígonos conhecidos usando as divisões da elipse. Nesse momento, a maioria dos alunos construiu polígonos em forma de trapézios e/ou triângulos, conforme figura 08:

Figura 08: Divisão da elipse em trapézios.

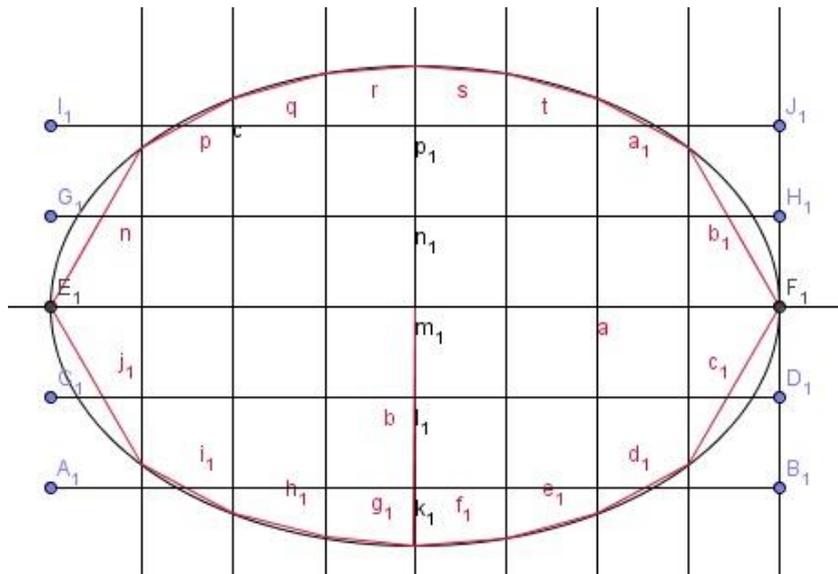


Fonte: Santos, Oliveira e Vaz, 2014, p. 168.

Por meio dessa construção a estagiária lançou vários questionamentos: O que aconteceu com a figura depois de traçar retas paralelas e ligar os pontos das extremidades? Com que figuras se parecem essas formadas por feixes de retas paralelas com os pontos ligados? Como calcular a área dessa elipse?

Contudo, de repente a estagiária percebeu que um dos alunos dividiu a sua elipse em retângulos, trapézios e triângulos usando retas perpendiculares às retas paralelas já construídas, conforme figura 09.

Figura 09: Construção de aluno: divisões da elipse em retângulos e triângulos.



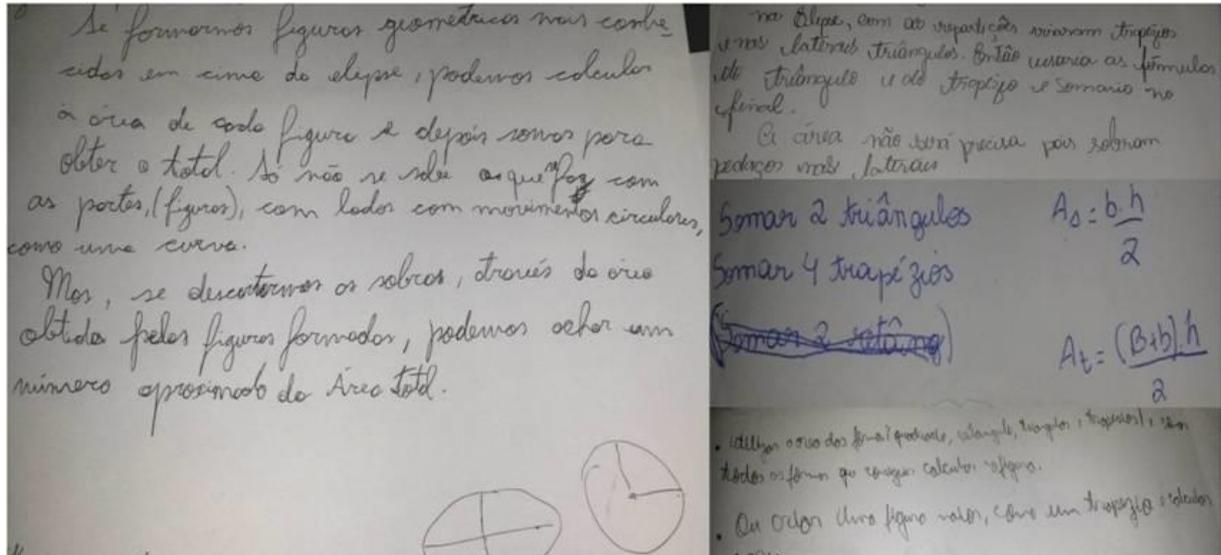
Fonte: Santos, Oliveira e Vaz, 2014, p. 168.

A estagiária não descartou sua construção, apesar de ser pega de surpresa. Quando questionada pelo aluno se sua construção estava errada, não disse sim ou não. Disse apenas que poderia seguir suas investigações seguindo as mesmas orientações que fossem dadas aos colegas. A seguir argumentou lembrando os alunos que eles conheciam as fórmulas para calcularem as áreas dos retângulos, trapézios e triângulos. E conheciam a ferramenta que poderia ser usada para calcular *áreas* de polígonos no Geogebra. Solicitou então que usassem tais conhecimentos para calcularem a área total da elipse. Esta ação da estagiária foi correta ao conduzir Investigação Matemática e indica também que possui bom domínio do conteúdo.

Neste momento a estagiária foi habilidosa não descartando a estratégia do aluno, mesmo porque, a sua construção estava muito coerente e permitia o cálculo aproximado da área da elipse pela soma das áreas dos triângulos, trapézios e retângulos formados.

Os alunos foram anotando suas estratégias para calcular a área da elipse, depois de algum tempo obtivemos respostas como estas, relatadas na figura 10 a seguir:

Figura 10: Formalizações dos alunos.



Fonte: Santos, Oliveira e Vaz (2014, p. 167).

Pode-se observar pelas análises das anotações que os alunos perceberam essência Matemática da Regra dos Trapézios.

Com esta atividade os alunos conseguiram formalizar o cálculo da área aproximada da elipse como sendo a soma da área dos trapézios construídos no seu interior. Inclusive o aluno que fez as divisões da elipse de forma diferente. A partir daí, foi solicitado que os alunos aproximassem a figura da tela do computador usando a ferramenta *zoom* para que percebessem que quanto mais partições, menor é a margem de erro no cálculo da área da elipse.

Uma situação destacada pela estagiária foi a pergunta de um dos alunos:

Aluno P: *se a regra chama Regra dos Trapézios e na demonstração da regra foram utilizados apenas trapézios então porque na maioria dos desenhos das elipses que construímos tinham um triângulo nos focos da elipse?*

Esta pergunta mostra o nível de envolvimento deste aluno no processo investigativo. Como a pergunta não fazia parte da investigação, mas era uma informação que poderia contribuir para o entendimento da regra dos trapézios, a estagiária não propôs nova investigação sobre ela, apenas fez a demonstração da igualdade da área do trapézio com a área do triângulo quando considerado que o triângulo seria um trapézio de base menor igual a zero. Contudo, esta poderia ser uma questão geradora de Investigação Matemática e outra oportunidade.

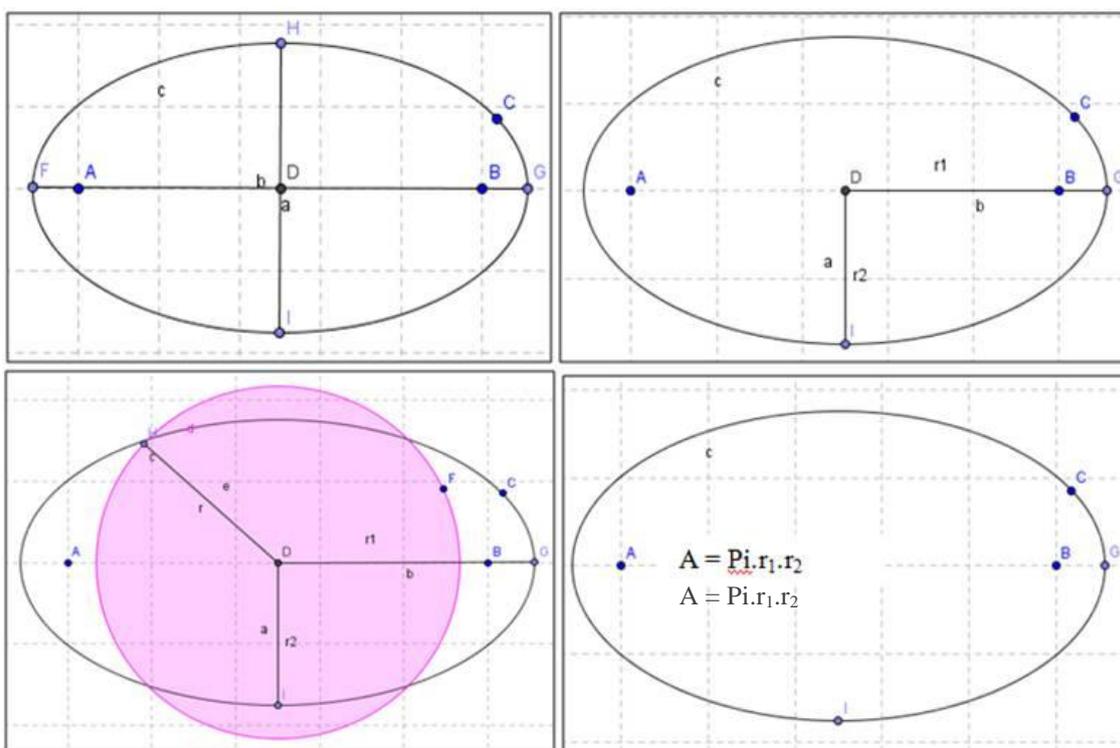
Neste momento, antes de passar para a fase de conclusão da atividade, a estagiária deveria ter se lembrado de verificar o andamento da atividade do aluno que fez a construção

diferente. Cometeu erro visto que a estratégia de resolução diferente, feita pelo aluno anteriormente foi esquecida. Não houve retorno para ver quais foram as suas reflexões e aprendizagens.

Para concluir a estagiária fez a demonstração para os alunos, a fórmula do cálculo da área da elipse usando o seguinte argumento.

Considerando que a área do círculo é $A = \pi r^2 \Leftrightarrow A = \pi \cdot r \cdot r$ e considerando que a elipse é uma fórmula oval como diâmetros (d_1) e (d_2) de medidas diferentes. E raios (r_1) e (r_2) de medidas diferentes.

Figura 11: Construção da prova do cálculo da área da elipse usando o Geogebra.



Fonte: Da autora.

Conforme a figura 11, medindo o comprimento da elipse e dividindo por 2 o resultado obtido é conhecido como "raio 1". A seguir medindo a largura da elipse no seu ponto central que representa a metade do comprimento e dividindo por 2 tem-se o raio "raio 2".

Multiplicando a metade da largura pela metade do comprimento chega-se a conclusão de que se a área do círculo é $A = \pi r^2 \Leftrightarrow A = \pi \cdot r \cdot r$ tem-se para a área da elipse $A = \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right) \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)$. Logo a área da elipse é $A = \pi \cdot r_1 \cdot r_2$.

Resumindo: Se considerar $a = r_1 = \left(\frac{d_1}{2}\right)$ e $b = r_2 = \left(\frac{d_2}{2}\right)$. A área interior de uma elipse é dada por $\pi \cdot a \cdot b$, onde a representa o semi-eixo (metade do eixo) maior, e b corresponde ao semi-eixo menor.

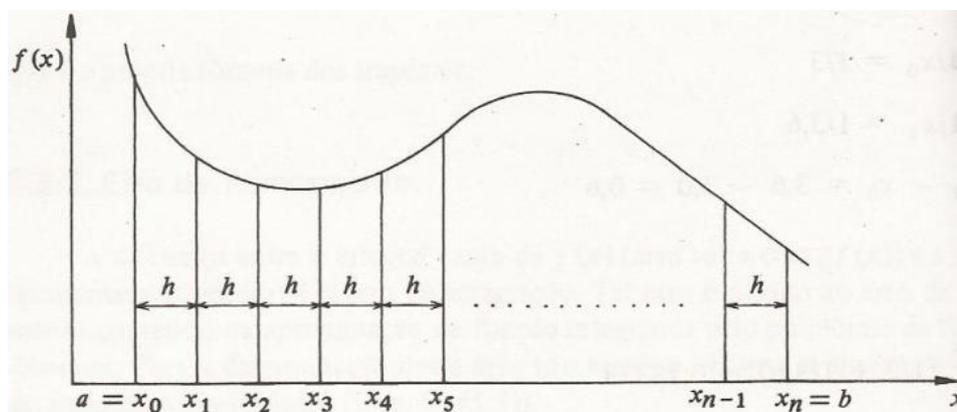
Neste momento, o Geogebra foi usado como um recurso visual para demonstração da fórmula. Contudo mesmo sem a intenção de realização de investigação, os alunos fizeram as suas construções seguindo as orientações para que compreendessem todo o processo da demonstração do cálculo da área da elipse.

Em seguida solicitou que comparassem as áreas calculadas antes para confirmarem que quanto maior o número de divisões da elipse menor a margem de erros. Nesse momento também os alunos formalizaram por escrito as suas conclusões.

A estagiária não propôs investigação para a formalização da fórmula do cálculo da área da elipse, apenas mostrou e solicitou que comparassem a área aproximada calculada anteriormente pela soma das áreas dos trapézios para perceberem que se trata de um resultado bem próximo da área real. Justificou que não o fez porque o objetivo desta investigação era a formalização da regra dos trapézios e a área da elipse foi aqui utilizada apenas por ser uma área desconhecida dos alunos. Não era objetivo da sua pesquisa, formalizar o cálculo da área da elipse. No entanto é importante deixar claro que dependendo o nível de conhecimento da turma a demonstração do cálculo da área da elipse pode ser investigada pelos próprios alunos por meio da Investigação Matemática em sala de aula.

Em relação à demonstração da fórmula da área dos trapézios a demonstração realizada foi à seguinte:

Figura 12: Divisões da área desconhecida em trapézios.



Fonte: Arquivo de atividades da estagiária.

Na figura 12, $h = x_{i+1} - x_i$, sendo $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$

$$A = \frac{h}{2} \cdot [f_{x_0} + f_{x_1}] + \frac{h}{2} \cdot [f_{x_1} + f_{x_2}] + \frac{h}{2} \cdot [f_{x_2} + f_{x_3}] + \frac{h}{2} \cdot [f_{x_3} + f_{x_4}] + \frac{h}{2} \cdot [f_{x_4} + f_{x_5}] + \dots$$

$$+ \frac{h}{2} \cdot [f_{x_0} + f_{x_n}]$$

$$A = \frac{h}{2} \cdot [f_{x_0} + f_{x_n} + 2 \cdot (f_{x_1} + f_{x_2} + \dots + f_{x_{n-1}})]$$

De acordo com a estagiária, no que se refere a regra dos trapézios:

Considerando a participação dos alunos, o resultado da experimentação realizada e que a demonstração da regra dos trapézios é razoavelmente simples, optamos por fazê-la juntamente com os alunos que neste momento apresentaram dificuldades em abstrair a regra, contudo conseguiram acompanhar a demonstração apresentando sugestões e opiniões nas quais se identificou que compreendiam a demonstração Matemática apesar de não conseguirem fazer sozinhos. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 170).

E destaca que "após a construção da demonstração, a maioria dos alunos conseguiu representar matematicamente a regra dos trapézios como sendo $I = \left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \cdot h$, onde $x_1 + x_2$ representam a distância entre os pontos definidos e h seria a amplitude entre eles". (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 171).

Como destaca a estagiária, ao avaliar as suas aulas nos debates do grupo de estudo.

ao construir um elipse no Geogebra e ao subdividi-la em partes iguais, eles conseguiram visualizar a essência da regra dos trapézios relacionando as partes da elipse com a formas trapezoides. E por fim conseguiram formalizar a regra dos trapézios quando descobriram que para calcular a área aproximada da elipse bastava calcular a área dos trapézios e somá-las. A seguir lembra que a generalização aconteceu depois da demonstração da fórmula. (SANTOS, COMENTÁRIO G. E. 2014).

Destacando que "o *software* Geogebra proporcionou aos alunos um ambiente propício para criar, fazer testes e elaborar conceitos novos provando suas hipóteses levantadas ou até mesmo negando-as." (SANTOS, COMENTÁRIO G. E., 2014). Considera que para a formalização da formalização da regra dos trapézios o *software* contribuiu de forma significativa visto que:

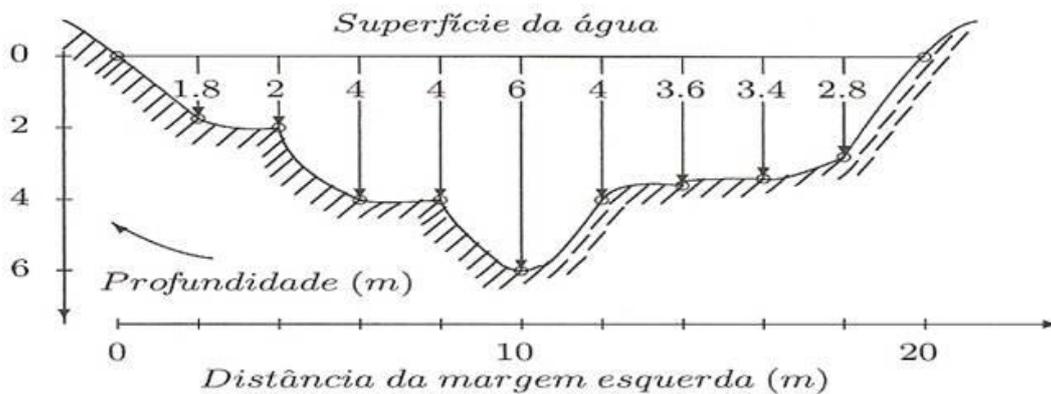
o Geogebra como seu ambiente dinâmico permitiu aos alunos fazerem construções, observações, experimentações e análises que seriam difíceis de serem realizadas apenas com uso do lápis e papel. O manuseio das ferramentas que o *software* dispõe foi essencial na elaboração das estratégias dos alunos até chegarem as formalizações Matemáticas por meio das suas próprias investigações. (Ibid.).

De acordo com a acadêmica a Investigação Matemática com Geogebra foi capaz de fazer a aluno criar e pensar conceitos novos sobre a sua própria criação. Foi possível por esta metodologia envolver os alunos nas aulas como indivíduos capazes de levantar hipóteses e conjecturas, experimentar, formalizar ideias e generalizar conceitos matemáticos, cabendo ao

professor o papel de mediar às situações, fazer perguntas, oferecer informações necessárias e na medida certa para que as respostas pudessem ser descobertas pelos próprios alunos.

Após a demonstração do cálculo da regra dos trapézios foi introduzido para os alunos o termo Integral Numérica e propôs-se a resolução de problemas que representam situações reais. Dentre tais problemas destacamos este de Franco (2006) que enuncia o seguinte: A determinação da área da seção reta de rios e lagos é importante em projetos de prevenção de enchentes (para o cálculo da vazão da água) e nos projetos de reservatórios (para cálculos do volume total de água). A menos que dispositivos como os sonares sejam usados na obtenção do perfil do fundo dos rios/lagos, o engenheiro deve trabalhar com os valores da profundidade, obtidos em pontos discretos da superfície. Um exemplo típico de seção reta de um rio é mostrado na figura 13.

Figura 13: Esquema da profundidade de um rio.

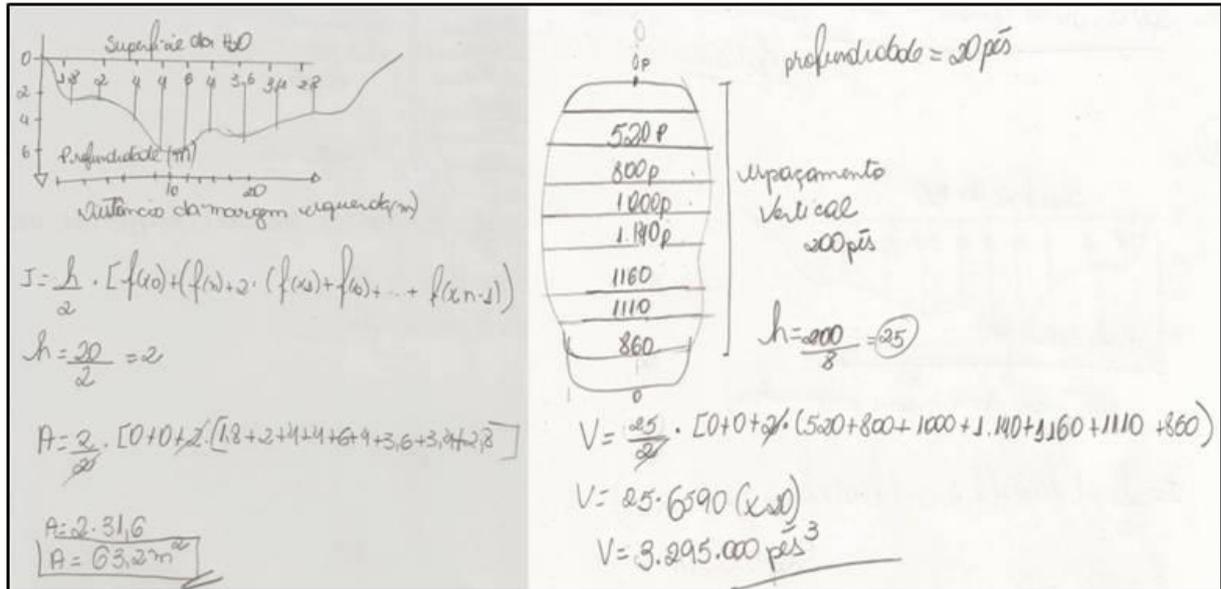


Fonte: Franco, (2006).

Use a integração numérica sobre pontos igualmente espaçados de h para calcular a área da seção reta do rio da figura.

Nesse exercício eles puderam verificar uma aplicação Matemática real. Fizeram o exercício, porém houve dificuldade de alguns alunos na aplicação da fórmula da Regra dos Trapézios construída na generalização, mas com a intervenção da estagiária conseguiram resolver. Além desse eles fizeram outras aplicações, inclusive calculando volume usando a regra. A figura 14 mostra as estratégias utilizadas por dois alunos em suas resoluções.

Figura 14: Estratégias de resolução de dois alunos do projeto.



Fonte: Arquivos da estagiária: atividades dos alunos participantes do projeto.

Como afirma estagiária:

Saber formalizar a fórmula para ao cálculo da área usando a regra dos trapézios já indica que os alunos compreenderam o conteúdo e sabendo resolver situações como esta indica que sabem também relacionar o conteúdo com situações de aplicação e que poderão usá-lo para resolver problemas do dia-a-dia. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 172).

De acordo com a acadêmica por meio das suas Investigações Matemáticas os alunos reconheceram a importância do conteúdo trabalhado em situações da realidade como para calcular a área de curvas não conhecidas e o volume de superfícies irregulares. Isto contribuiu para a formação do indivíduo como um ser pensante e ciente da importância do conhecimento matemático para a vida. "Ao questionar, experimentar, formalizar em busca de soluções para problemas de Matemática, desenvolveram também estas habilidades de questionamento, busca de estratégias e soluções para problemas do cotidiano e do meio em que vivem." (SANTOS, COMENTÁRIO G. E., 2014).

Concluídas as atividades experimentação passou-se à discussão final dos resultados.

- A discussão dos resultados

De acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2013, p.41) para finalizar a aula, "a fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação." Para estes pesquisadores "sem a discussão final corre-se o risco de se perder o sentido da investigação."

(Ibid., p. 41). Logo, percebe-se que a discussão é um momento significativo da aula em que socializando suas descobertas, confrontando os resultados, sistematizando as ideias os alunos podem chegar a formalização e a generalização dos conceitos matemáticos e a reflexão dos resultados da investigação.

Tendo como base esta ideia a estagiária descreve que "fez-se a discussão em relação a todo o processo de investigação realizado até o momento para que os alunos pudessem refletir sobre as fases vivenciadas e sobre os resultados". (SANTOS; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 173). Lembrando que "a discussão foi um momento significativo da aula em que socializando suas descobertas, confrontando os resultados, sistematizando as ideias, os alunos puderam chegar à formalização e à generalização dos conceitos matemáticos e à reflexão dos resultados da investigação". (SANTOS; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 173). Contudo o seu relato de experiência não traz detalhes de como se deu tal discussão. Informa apenas que ao fim da formalização da investigação Matemática, debateram sobre o termo Integração Numéricas e sobre as importantes aplicações da regra dos trapézios.

Acompanhando este momento da aula, verificou-se que a discussão dos resultados foi não aconteceu propriamente em forma de debate. Foi um momento importante, em que aconteceu como uma revisão geral de conteúdo. A professora levantava alguns questionamentos que eram respondidos pelos alunos ou por ela mesma fazendo uma retrospectiva das aulas, relembrando pontos importantes e destacando as ideias principais. Porém, não houve discussão sobre as construções feitas pelos alunos, sobre as diferentes estratégias de resolução dos problemas e sobre como as conjecturas iniciais foram se confirmando ou sendo descartadas até chegarem às formalizações.

Novamente não houve menção a estratégia do aluno que calculou a área aproximada da elipse dividindo-a em retângulos e triângulos e não em trapézios e triângulos como sugeriu a professora. Ao verificar os seus arquivos, mais tarde, após a aula, verificou-se que ele fez nova construção no Geogebra, semelhante a que os alunos que estavam ao seu lado fez e concluiu as atividades normalmente. Este aluno não foi acompanhado em sua investigação como deveria. Não se sabe se ele em que momento e nem o motivo porque ele abandonou a sua estratégia de resolução. Ele não teve a oportunidade para expor a sua estratégia que por consequência não foi analisada pelos colegas. Perdeu-se então a exploração de um trabalho que poderia provocar um debate rico e desafiador de novas aprendizagens.

6.2.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

A mediação pedagógica da estagiária, bem como o seu trabalho final e suas afirmações feitas no grupo de estudo mostram que as intervenções da acadêmica permitiram que as aulas se desenvolvessem de acordo com a ideia defendida por Mendes (2008) de que ao desenvolver atividades investigativas o aluno passa da condição de simples ouvinte passivo para a condição de agente da aprendizagem desenvolvendo habilidades características da própria investigação passando a utilizar sua criatividade para buscar soluções para os problemas. Reconstruindo assim os conhecimentos Matemáticos e adquirindo também autonomia Matemática e autonomia intelectual.

Ao avaliar suas dificuldades na realização das aulas experimentais, conforme verificado na sua autoavaliação Santos destacou que "as dificuldades se deram quando percebemos que os alunos não tinham os conhecimentos prévios pré-requisitos para a investigação da regra dos trapézios. Não sabiam como calcular áreas de polígonos simples como o triângulo, losango e trapézios." (SANTOS, 2014). Lembrando que:

esta situação levou a necessidade de replanejamento da atividade pedagógica incluindo atividades de revisão do conteúdo de área de polígonos e superfícies planas como retângulos, triângulos, losangos, trapézios, etc, visto que, sem estes conhecimentos a investigação do cálculo da área da elipse por meio da soma das áreas dos trapézios poderia ficar prejudicada. (Ibid.).

O replanejamento das aulas foi um desafio prático que faz parte da profissão docente assim como respeitar o nível de conhecimento dos alunos. Reconhecer a necessidade de rever seu próprio planejamento indica que se faz presente a consciência de que no trabalho docente é preciso saber lidar com as situações imprevistas em relação aos conhecimentos prévios dos alunos e ou em relação aos conhecimentos pré-requisitos para a introdução de novos conteúdos.

Em sua autoavaliação, Santos afirma que em todo o seu percurso de formação no curso de Licenciatura em Matemática, conheceu teorias e tendências educacionais para o ensino de Matemática que visam a aprendizagem pela própria ação do aluno e o uso de posturas menos tradicionais do professor. Destacando que "o Estágio Supervisionado representou a oportunidade de por meio da realização de pesquisas e experimentações e análises, vivenciar e refletir sobre as teorias estudadas e reconhecer como a teoria e prática estão interligadas e interrelacionadas. (SANTOS, 2014).

Enfim, reconhece a teoria e prática como indissociável e reconhece o aluno como indivíduo pensante e reconhece necessidade de como docente, se assumir novas atitudes frente à Educação Matemática. Tem consciência de que os modos como conduz a aula por

meio da mediação pedagógica irão definir como se dará ou não os processos investigativos em sala de aula.

6.3 A mediação pedagógica no Projeto Formalizando o total de diagonais de um polígono qualquer por meio da Investigação Matemática com o *Software Geogebra*

A pesquisa do licenciando *Castro* teve a finalidade de responder a pergunta: A Investigação Matemática com o Geogebra contribui para que os alunos sejam capazes de formalizar o cálculo do número de diagonais de um polígono qualquer de n lados? O objetivo foi verificar se Investigação Matemática com o *software* Geogebra pode contribuir para que os alunos consigam deduzir a fórmula geral do cálculo do total de diagonais de qualquer polígono regular. As aulas experimentais se realizaram em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Iporá/GO.

Nas análises, o estagiário será identificado como *Castro* e os sujeitos da sua pesquisa serão identificados por letras maiúsculas do alfabeto.

6.3.1 A mediação pedagógica do estagiário

A atividade desenvolvida foi a elaboração, experimentação e análise sistematizada por meio de uma pesquisa que teve como objetivo verificar se Investigação Matemática com o *software* Geogebra pode contribuir para que os alunos consigam deduzir a fórmula geral do cálculo do total de diagonais de qualquer polígono regular. As aulas experimentais se realizaram em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Iporá/GO.

As atividades de experimentação com uso da metodologia de Investigação Matemática com o Geogebra aconteceu respeitando as fases de introdução do assunto, experimentação e discussão dos resultados nos os processos matemáticos pela vivência das fases do conjecturar, experimentar, formalizar e generalizar os conceitos matemáticos conforme proposta de Ponte, Brocardo e Oliveira 2013. A seguir a análise do desenvolvimento da atividade pedagógica.

O estagiário se propôs a conduzir a atividade de Investigação Matemática realizando a atividade investigativa em três fases distintas que são o arranque da aula, da experimentação e da discussão dos resultados, de acordo com o proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira 2013.

- A introdução do assunto

O desenvolvimento da primeira atividade da aula se deu com a apresentação do texto TMS revela maior placa de vídeo HD que fala sobre maior monitor de vídeo do mundo. Inicialmente os alunos juntamente com o professor fizeram a leitura do texto e participaram de um bate papo sobre as dimensões da maior TV do mundo que possui 66,4 metros de largura por 28,8 metros de altura e 2 844 polegadas que depende de uma equipe de cinco pessoas para ser controlada.

Este momento de introdução da atividade, de acordo com Ponte et al. (2004, p. 12) "constitui um dos principais momentos onde o professor tem de evidenciar a sua capacidade de colocar boas questões." Durante o debate, diante da pergunta de um dos alunos sobre como se faz para medir uma TV em polegadas o estagiário foi habilidoso em responder a pergunta propondo um desafio que era "descobrirem como se faz a medida em polegadas do monitor de um computador ou da tela de uma TV." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 133).

Como no Laboratório de Informática em que os alunos se encontravam não havia uma TV, o estagiário entregou várias fitas métricas e régua e pediu para os alunos medirem as telas dos monitores dos computadores até descobrirem como se calcula a medida em polegadas de tais regiões retangulares. O relato do estagiário descreve muito bem como se deu esta etapa da aula. Destaca que os alunos por seus conhecimentos prévios, "sabiam que uma polegada mede 2,54cm e conjecturavam que os monitores de computadores em geral possuem 15 polegadas ou mais." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 133).

A conjectura inicial dos alunos foi que a medida em polegadas do monitor poderia ser encontrada dividindo a largura do monitor por 2,54. Então, "primeiramente mediram a largura do monitor na horizontal, dividiram a medida por 2,54cm. O resultado foi menor que 15 polegadas." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 133). Por este cálculo tiveram negada a conjectura inicial, "descartaram esta possibilidade porque pela dimensão da área dos monitores eles imaginavam que não poderiam ser menores que 15 polegadas." (Ibid.). Continuaram então as experimentações e "depois de algum tempo e mais algumas medições e cálculos chegaram à conclusão que era feito pela distância entre os vértices opostos do retângulo do monitor. (Ibid., p. 134).

O estagiário mostrou, nesta atividade, tem bom conhecimento da metodologia de ensino, orientando e mediando a Investigação Matemática dos alunos, até que descobrissem por si mesmos, por meio de suas próprias tentativas, como se deve proceder para medir em polegadas, a tela de um monitor de computador ou TV.

Outro ponto que vale ser destacado foi a forma como o estagiário usou as perguntas e conjecturas dos alunos para por meio delas relembrar conceitos básicos de Geometria plana como de polígono, diagonal, vértice, lado, dentre outros.

Esta atividade contemplou o seu objetivo que foi familiarizar os alunos com os termos usados para identificar as fases da Investigação Matemática: conjecturar, experimentar e formalizar, familiarizando-os com o processo de investigação. Teve finalidade também de relembrar alguns conceitos de Geometria Euclidiana e diagnosticar os conhecimentos dos alunos relativos a diagonais polígonos buscando identificar se a questão investigativa que seria proposta já não era conhecida. Caso fosse não se justificaria a proposta de investigação que pretendia apresentar para os alunos nas próximas aulas.

- A fase das experimentações

A segunda etapa da atividade se iniciou com a apresentação dos recursos e ferramentas da área de Geometria do *software* Geogebra para os alunos. O programa era desconhecido de todos, entretanto, em poucos minutos já conseguiam manusear muitas de suas ferramentas, usando as funções para aumentar e diminuir figuras, carregar, arrastar, colorir e nomear objetos, etc.

Quando os alunos já estavam familiarizados com o *software* então lançamos a pergunta problemática: como se calcula o número de diagonais de um polígono? Para iniciar a investigação primeiramente pedimos para que os alunos construíssem um polígono regular de quatro lados no Geogebra depois que traçassem todas suas diagonais. A seguir fizemos as seguintes indagações: quantas diagonais possuem este polígono quadrado? Quantas diagonais partem de cada vértice deste polígono? [...] pedimos para que eles construíssem vários polígonos regulares, com quatro lados, cinco lados, oito lados, etc. e construíssem em cada um deles todas as suas diagonais. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 134).

Para a maioria alunos a compreensão da questão de investigação só se deu depois que o professor estagiário solicitou que construíssem um quadrado usando a *ferramenta polígono regular* levantando nova pergunta quantas diagonais possuem este polígono quadrado? Quantas diagonais partem de cada vértice deste polígono?

Nesse caso, o estagiário lançou uma pergunta de repente sem procurar antes preparar os alunos para esta pergunta. Não retomou o assunto da aula anterior e também não fez a pergunta a partir do que os alunos estavam explorando dentre os recursos do Geogebra. Isto fez com que a pergunta lançada parecesse desconectada em meio ao assunto da primeira aula e às ferramentas do Geogebra que estavam sendo analisadas. Foi preciso então que o professor os direcionasse para a realização da investigação. Neste ato acabou por oferecer

mais informações do que havia necessidade e isto induziu os alunos às conjecturas e respostas desejadas, limitando a investigação dos alunos.

Como pretendia que a investigação partisse do polígono regular com expectativa de que os alunos conseguissem generalizar a fórmula para todos os polígonos convexos, deveria, antes de lançar a questão de pesquisa, ter lembrado algumas das características e propriedades dos polígonos regulares. O estagiário poderia ter retomado o assunto da aula anterior, lembrado o conceito de polígono regular e de diagonal mostrando a construção destes dois elementos usando as ferramentas do Geogebra. Então, partindo desta preparação inicial lançaria a questão de pesquisa. Isto teria facilitado para os alunos o entendimento do problema e a identificação do que era para ser investigado dando maior liberdade para levantarem conjecturas e fazerem suas experimentações.

A proposta de construção de uma tabela para auxiliar os alunos a encontrarem relações entre o número de lados dos polígonos regulares construídos, o número de diagonais que saem dos seus vértices e o número total das suas diagonais parecia uma boa ideia. A figura 15 a seguir mostra os alunos durante o preenchimento dos dados da tabela.

Figura 15: Alunos investigando o número de diagonais de um polígono.

nº de lados do polígono regular	Total de diagonais do polígono	nº de diagonais que partem do vértice
3	0	0
4	2	1
5	5	2
6	9	3
7	14	4
20	17	$x-3$

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

O inesperado aconteceu quando o estagiário lançou a pergunta: "Qual a relação existente entre o número de lados do polígono regulares e o número de diagonais que partem de cada um dos seus vértices? Seriam capazes de criar uma fórmula que pudesse ser usada para calcular o número de diagonais de qualquer polígono regular?" Assim que terminou de fazer a pergunta, um aluno, inesperadamente correu ao quadro e escreveu $(l - 3)$ explicando:

Aluno C: Professor, se eu chamar o número de lados de l a fórmula fica $l - 3$ porque o número de diagonais que saem de cada vértice é sempre 3 a menos que o número de lados.

Acrescentou ainda:

Aluno C: *Eu calculei do mesmo jeito que a gente calculava quando aprendi equações do primeiro grau do ano passado. Troquei a pergunta do professor por uma letra e diminui 3 diagonais do número de lados porque esse valor era fixo.*

Não se esperava uma formalização tão rápida. Segundo Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) situações assim podem acontecer em uma aula de Investigação Matemática visto que esta metodologia trabalha com situações nem sempre previsíveis. E aí o professor precisa decidir rapidamente que rumo dar a aula, para se dar aos outros alunos da turma a oportunidade de experimentarem suas próprias conjecturas e fazerem suas próprias descobertas.

Neste caso o estagiário pensou rápido e conduziu a aula utilizando a própria conjectura apresentada pelo aluno conforme relata no seu artigo.

Partindo da sua conjectura então pedimos para todos os alunos calcularem o número de diagonais de um eneágono, usando a fórmula que passamos a chamar $(n - 3)$, em que n representa a quantidade de lados. Depois conferissem se a resposta estava correta contando as diagonais que partiam de cada vértice. E que repetissem o teste para outros polígonos regulares com quantidade n de lados. (CASTRO E OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 133).

A decisão tomada pelo estagiário e a forma como conduziu a situação inesperada mostra que apesar da dificuldade apresentada na apresentação inicial da questão de investigação, conhece bem a metodologia de ensino. Mostrou habilidade no seu uso quando utilizou da própria formalização do aluno, apresentando-a aos colegas como sendo uma conjectura que deveria ser testada, podendo ser comprovada ou até negada se houvesse outra explicação melhor.

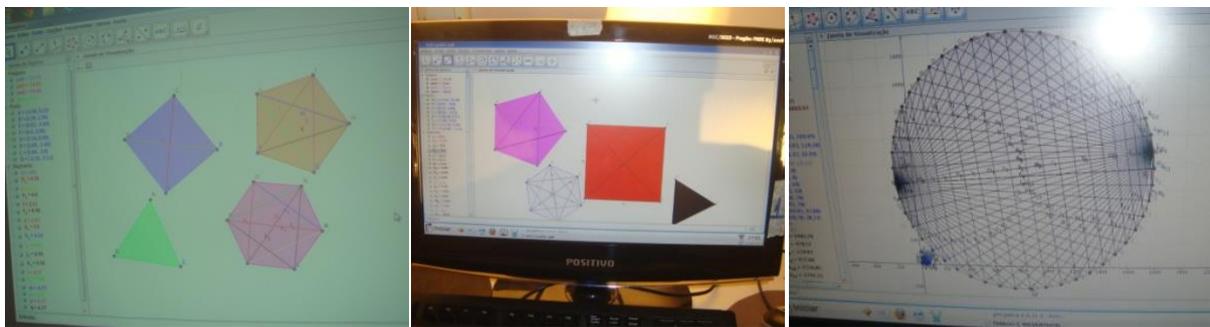
Esta condução deu oportunidade para que todos os alunos da sala pudessem testar, experimentar, relacionar a resposta dos colegas com as suas próprias conjecturas, até se confirmar que a formalização do número de diagonais que partem do vértice é $d_v = n - 3$, o número de lados n desse polígono subtraído de três unidades. E oportunizou também que a exceção do triângulo fosse identificada. O relato do estagiário confirma isto:

Depois de repetir o teste para vários polígonos regulares n número de lados certificaram que a conjectura levantada é verdadeira chegando a seguinte formalização: *o número de diagonais que partem do vértice de um polígono regular qualquer será sempre igual ao número de lados n desse polígono menos três, exceto nos polígonos de três lados.* Instigamos para que representassem esta formalização matematicamente ao que formalizaram: $(d_v = n - 3)$, se $n > 3$. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 136).

Repetindo os testes para vários polígonos regulares de lado n , os alunos não só certificaram que a conjectura do colega estava correta como também descobriram que para um triângulo equilátero a fórmula não vale, chegando à conclusão de que este é um caso em que há exceção. Contudo como não estão habituados a elaborarem linguagens Matemáticas que traduzam suas ideias foi necessária a intervenção do professor para a representação da exceção em representação simbólica para representação da fórmula $(d_v = n - 3), se n > 3$.

A figura 16 mostra algumas construções dos alunos usando o *software* Geogebra, durante as experimentações.

Figura 16: Construções no Geogebra para prova do cálculo das diagonais dos polígonos.



Fonte: Arquivo da pesquisadora: atividades feitas pelos alunos participantes.

As construções dos alunos conforme pode ser observado na figura 16 possui polígonos variados e com quantidade de lados n também variados. Esta é uma das vantagens de se usar o Geogebra, visto que, por meio de construções e caminhos diferentes os alunos podem chegar a formalizações matemáticas semelhantes conforme afirma Cruz (2005). No caso, usando de estratégias diferentes e construções também diferentes chegaram à formalização de que o número de diagonais que saem de cada $(d_v = n - 3), se n > 3$.

A situação que aconteceu a seguir também demonstra habilidade do estagiário na condução da Investigação Matemática.

Tendo os alunos formalizado o número de diagonais que saem de cada vértice como $(d_v = n - 3), se n > 3$, o professor induziu os alunos ao erro fazendo a seguinte pergunta: sabendo que o número de diagonais que partem do vértice de um polígono regular qualquer será sempre igual ao número de lados n desse polígono menos três, exceto nos polígonos de três lados, qual seria então a fórmula para calcular o número total de diagonais de um polígono regular qualquer?

Como esperado, os alunos conjecturam que:

Aluno A: *Basta calcular o número de diagonais de um dos vértices e multiplicar pela quantidade de vértices desse polígono.*

Aluna G: *Se o número de diagonais de um vértice é $dv = n - 3$ então o total de diagonais será $d_t = n \cdot (n - 3)$.*

Aluna B: *É só contar o número de lados do polígono e multiplicar pela quantidade de diagonais que saem de cada vértice $(n - 3) \cdot n$.*

Diante das conjecturas dos alunos, o estagiário pediu que verificassem se as conjecturas eram verdadeiras "calculando o número de diagonais do hexágono usando a fórmula que estavam sugerindo e depois conferissem se a resposta estava certa fazendo a contagem das diagonais nos hexágonos. E que repetissem o teste para outros polígonos regulares." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 136).

Depois de alguns cálculos os alunos perceberam que os resultados dos cálculos não eram os esperados, que a quantidade obtida quando usava a fórmula era sempre o dobro da quantidade verdadeira de diagonais. Diante do impasse um aluno sugeriu:

Aluno N: *se o resultado está dando o dobro do número correto de diagonais, basta dividir tudo por dois e a fórmula fica assim $D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$.*

Foi ao quadro, testou o cálculo para o pentágono, o hexágono e o octógono e certificou que sua conjectura estava certa. No entanto não soube explicar porque inicialmente deu o dobro e porque tinha que dividir por dois.

Os alunos levaram algum tempo até chegarem à conclusão de que ao multiplicar o número de lados pelo número de diagonais que partem do vértice estavam "contando uma mesma diagonal duas vezes" e que por isso necessitava a divisão do total por dois. Durante o tempo em que estiveram fazendo testes e experimentações na busca da explicação do porque da necessidade de se dividir o resultado final obtido pelo uso da fórmula $n \cdot (n - 3)$ por dois, por várias vezes tentaram fazer com que o professor desse a resposta, forçando-o a confirmar suas conjecturas. Ao que o acadêmico se saiu bem sempre respondendo a uma pergunta com outra pergunta, sem negar nem confirmar as conjecturas que apresentavam.

Para finalizar a formalização do cálculo do número de diagonais de um polígono regular o professor pediu que a fizessem primeiramente em forma de texto e em seguida a traduzissem para a linguagem Matemática. Na maioria dos casos, no texto inicial que elaboraram está expressa corretamente a formalização Matemática do cálculo do número de diagonais do polígono, e inclusive a exceção de que a fórmula não é válida para os triângulos. Contudo na representação Matemática a exceção não foi expressa.

A formalização de alguns alunos:

Se soubermos o número de lados de um polígono regular, para calcular o número de diagonais desse polígono basta apenas subtrair o número de lados menos três para encontrar o número de diagonais que saem de cada vértice e em seguida multiplicar este número pela quantidade de lados do polígono dividindo finalmente o resultado da multiplicação por dois. Isto pode ser feito para todos os polígonos regulares menos para os triângulos que não possui diagonais. A fórmula fica assim: $d = \frac{l(l-3)}{2}$. (ALUNO A).

A fórmula é $d = \frac{v(v-3)}{2}$. Para calcular o número de diagonais de qualquer polígono regular que pode ser regular ou não que tiver mais de três vértices. Porque quando calcular o número de vértice menos 3 vai saber o número de diagonal que sai de cada vértice e aí multiplica pelo número de vértices. O resultado vai dar o dobro da resposta certa porque a mesma diagonal sai de dois vértices, aí então tem que dividir o resultado por dois. (ALUNA B).

Na maioria dos textos dos alunos eles formalizaram corretamente o cálculo do número de diagonais dos polígonos e expressaram a exceção do triângulo equilátero, no entanto, ao fazer a representação Matemática simbólica, a exceção não foi lembrada. Foram necessários vários questionamentos do estagiário para que enfim chegassem a formalização Matemática $d = \frac{n(n-3)}{2}$, para $n > 3$ em que d é o total de diagonais do polígono regular e n é úmero de lados.

Neste momento se identifica também que o estagiário teve bom domínio da metodologia de Investigação Matemática conduzindo os alunos para fazerem a formalização simbólica, sem dar a eles a resposta pronta. Conforme se verifica no diálogo entre estagiário e alunos.

Castro: *Se no texto se lembraram de colocar a exceção do triângulo, porque não representaram esta exceção na fórmula?*

Aluno D: *Porque não sabemos como fazer.*

Castro: *Registrando somente: $d = \frac{n(n-3)}{2}$ vocês estão dizendo que esta fórmula vale para qualquer polígono inclusive para o triângulo. Como poderíamos registrar a exceção matematicamente?*

Aluno A: *$d = \frac{n(n-3)}{2}$, exceto para $n = 3$?*

Castro: *E se o n for menor que três?*

Aluno A: *É mesmo! Não pode ser só exceto $n = 3$, tem que ser também exceto $n < 3$.*

Aluno M: *Então já sei! Fica assim, $d = \frac{n(n-3)}{2}$, exceto para $n \leq 3$.*

Castro: *Está certo, mas não haveria outra forma de representar esta exceção?*

Aluno P: *Olha professor eu fiz assim: $d = \frac{n(n-3)}{2}$, só para n maior que 3.*

Castro: *Mas como isto ficaria em linguagem simbólica?*

Aluno M: *Acho que é assim: $d = \frac{n(n-3)}{2}$, quando $n > 3$.*

Aluna O: *Professor pode ser assim? $d = \frac{n(n-3)}{2}$, se $n > 3$. Desse jeito só fica a linguagem simbólica.*

Por meio da discussão da situação-problema, instalou-se um diálogo entre os alunos e entre os alunos e o estagiário que permitiu a reconstrução de ideias e o reconhecimento de conceitos matemáticos envolvidos como também as suas representações. O diálogo estabelecido favoreceu a explicitação das observações feitas e auxiliou na condução a linguagem formal da Matemática.

E assim por meio deste diálogo chegaram finalmente à formalização simbólica do cálculo do número de diagonais de um polígono qualquer, $d = \frac{n(n-3)}{2}$, para $n > 3$. Após a formalização, usaram a fórmula, para calcular os números de diagonais de variados polígonos regulares de n lados. Isto, para certificarem de que a fórmula estava correta.

Confirmada a veracidade da fórmula, o professor lançou uma nova pergunta.

Castro: *Esta fórmula vale para todos os polígonos regulares, todos estão de acordo com isto. Mas vale só para os regulares? Ou vale também para os não regulares?*

Ao elaborar a sequência de atividades era esperado que esta pergunta surgisse durante algum momento da aula, partindo dos alunos. Entretanto como isto não aconteceu, o próprio estagiário lançou a pergunta. Solicitou em seguida que verificassem se a fórmula valia apenas para os polígonos regulares e se valia também para outros polígonos convexos não regulares de n lados.

Depois de alguns cálculos para experimentação da fórmula para outros polígonos não regulares, usando os recursos de construção e a planilha eletrônica do Geogebra, chegaram à conclusão esta é válida para quaisquer polígonos de n lados.

Na etapa seguinte o que o estagiário se propõe é fazer a demonstração da fórmula e a generalização para todos os casos fazendo a prova por indução Matemática. A demonstração feita pelo estagiário foi à seguinte.

Vamos provar por indução, a fórmula que permite calcular o número de diagonais de um polígono convexo: $d_{(n)} = n(n-3)/2$.

Primeiramente vamos verificar se a fórmula é válida para $n = 3$ $d(3) = 3(3 - 3)/2$

$$d_{(3)} = 0$$

Vamos verificar agora se vale para $n = 4, n = 5$, etc.

$$d_{(4)} = 4(4 - 3)/2$$

$$d_{(4)} = 2$$

$$d_{(5)} = 5(5 - 3)/2$$

$$d_{(5)} = 5$$

Vamos supor um número qualquer K ,

$$d_{(k)} = k \cdot (k - 3)/2$$

Se vale para k , vale também para $k + 1$, ou

$$d_{(k+1)} = (k + 1) \cdot ((k + 1) - 3)/2$$

$$d_{(n)} = n(n - 3)/2 \Rightarrow d(k + 1) = (k + 1) \cdot (k - 2)/2$$

$$d_{(k+1)} = (k + 1) \cdot (k - 2)/2$$

$$d_{(k+1)} = (k^2 - 2k + k - 2)/2$$

$$d_{(k+1)} = (k^2 - k - 2)/2 \Leftrightarrow d(k + 1) = (k + 1) \cdot (k - 2)/2$$

$$d_{(k+1)} = (k + 1) \cdot ((k + 1) - 3) \Leftrightarrow d(n) = n(n - 3)/2$$

Logo a fórmula é válida para calcular o número de diagonais de qualquer polígono convexo com n lados, exceto para o triângulo. Logo podemos generalizar que $d = \frac{n(n-3)}{2}$, para $n > 3$. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 140).

Nesse caso, como não estavam habituados a este tipo de demonstração, consideraram-na muito difícil. Ao final nem todos os alunos compreenderam a demonstração, contudo foi uma oportunidade de se familiarizarem com representações Matemáticas mais abstratas.

Ao final de cada etapa solicitou-se dos alunos a elaboração de pequenos registros escritos das suas formalizações e de observações que considerassem importantes em relação ao conteúdo e a aula. Conforme afirma Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), estes relatórios foram importantes para a coleta de informações sobre o desenvolvimento da atividade e sobre os conceitos que já estavam claros e sobre aqueles que deveriam ser retomados nas etapas seguintes e também serviu para auxiliar os alunos na representação e formalização textual e simbólica dos conceitos matemáticos estudados e fazendo-os refletir sobre as atividades que estavam realizando em cada etapa das suas investigações.

- A discussão dos resultados

Em relação a esta fase da Investigação no seu relato de experiência expressa apenas o seguinte:

Concluimos a atividade fazendo a discussão da descobertas dos alunos dando oportunidade para que pudessem compartilhar o que aprenderam com os demais colegas da sala. Foi um momento significativo em que puderam ajudar uns aos outros a compreenderem algumas coisas que ainda não estavam claras para todos e tirarem as dúvidas que ainda restavam. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 140).

Em sala de aula esta fase aconteceu rapidamente e sem aprofundamento das discussões faltou o que Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) consideram essencial em uma Investigação Matemática que o momento do debate final que promova o confronto das ideias, para justificar, questionar ou afirmar a validade das formalizações. Importante também para o compartilhamento por toda a turma dos conhecimentos produzidos individualmente ou em grupo.

Nesse momento o estagiário apresentou dificuldades na condução da discussão deixando que alguns alunos falassem muito e que outros ficassem alheios ao debate. Faltou habilidade para orientar e moderar o debate entre os alunos que os fizessem explicar e compartilhar suas ideias e conclusões.

A discussão final poderia ter sido mais bem explorada valorizando os processos de resolução dos alunos e as estratégias que desenvolveram para chegarem aos resultados ainda que estes não estivessem exatamente corretos. Em parte pode se atribuir esta dificuldade pouca experiência do acadêmico em sala de aula e em parte porque a aula finalizou antes da discussão ser concluída o que provocou alvoroço dos alunos que desejavam sair da sala para participarem das atividades do intervalo das aulas. E esta era a última aula cedida pelo professor regente para o desenvolvimento das aulas experimentais.

6.3.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

A mediação pedagógica do estagiário na condução da aula permitiu que as atividades de Investigação Matemática dos alunos acontecessem de acordo com as características propostas por Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) quando afirmam que em uma aula investigativa é preciso deixá-los trabalharem de forma autônoma, contudo o professor continua a ter papel fundamental com a função de auxiliar na compreensão do que significa investigar e na forma como deve conduzir as suas investigações. As dificuldades apresentadas na condução das atividades também são peculiares a esta metodologia de ensino e são previstas por estes como sendo comuns aos professores que estão desenvolvendo as primeiras aulas com esta metodologia de ensino. Os maiores desafios para os professores iniciantes são a organização do tempo, a dosagem das informações, elaborarem perguntas com níveis de dificuldade adequados para a turma, a condução dos diálogos, o uso da linguagem Matemática, dentre outras. (Ibid.).

Na autoavaliação, ao descrever as suas dificuldades o estagiário diz: "Tive dificuldade em administrar o tempo das aulas para a execução das atividades planejadas e

com a condução dos diálogos, visto que, tudo ocorre de forma muito imprevisível." (CASTRO, 2014). Como a questão inicial de investigação dependia da investigação de outras questões secundárias destaca: "Tive dificuldade também para saber a hora certa de dar alguma sugestão ou informação nova ou fazer uma pergunta." (Ibid.). Lembrando ainda que o Estágio Supervisionado, para ele, foi importante porque "proporcionou um ângulo diferente de visualização da profissão docente. Por meio da pesquisa foi possível identificar vários desafios da profissão e pela reflexão e pesquisas foi possível encontrar formas para superá-los. (CASTRO, AUTOAVALIAÇÃO, 2014).

Contudo lembra que no decorrer das aulas foi adquirindo segurança e maior habilidade para lidar com a turma e que este sentimento de domínio de conteúdo e metodologia foi crescente a medida que as aulas iam acontecendo. "Percebi que estas dificuldades foram sendo amenizadas na medida em que as aulas vão acontecendo e com a experiência que se vai adquirindo. Nas aulas finais já me sentia muito mais seguro na condução das investigações dos alunos." (CASTRO, AUTOAVALIAÇÃO, 2014).

Ao avaliar o uso do Geogebra como instrumento para Investigação Matemática enfatiza que o ambiente dinâmico do Geogebra o torna propício para realização de Investigações Matemáticas. "No ambiente do Geogebra, os alunos não encontram respostas prontas, ao contrário, os que eles encontram ali são muitas e variadas ferramentas para elaborar suas construções, conjecturar, experimentar até conseguir formalizar os conceitos matemáticos. (Ibid.). Afirmando que "estas características faz com que a combinação de Geogebra e a Investigação Matemática se apresente como uma boa opção metodológica para ser usada pelo professor de Matemática para ensinar variados conteúdos desta disciplina." (Ibid.).

Estas reflexões do estagiário estão de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) quando afirmam que no desenvolvimento de uma tarefa de investigação é preciso que os alunos utilizem de variados processos que caracterizam este tipo de atividade como a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas as experimentações visando reformular ou justificar e validar as conjecturas e a avaliar o seu próprio processo de investigação até a formalização da resposta do problema.

O estagiário ao propor a Investigação Matemática no Geogebra proporcionou aos alunos um ambiente virtual com características propícias para o desenvolvimento das suas investigações. Ao contrário de entregar construções prontas, disponibilizou variadas ferramentas para que fizessem suas próprias construções. As ferramentas disponíveis no *software* para as funções arrastar, aumentar, diminuir, movimentar, apagar ou esconder

objetos, dentre outras favoreceram as descobertas e análises dos alunos na busca pela formalização do cálculo das diagonais de polígonos.

Outro ponto destacado no sua autoavaliação foi que "o sucesso de uma investigação depende também, tal como de qualquer outra proposta do professor, do ambiente de aprendizagem que se cria na sala de aula. (CASTRO, 2014). Destaca ainda, que o professor da atualidade "precisa saber lidar com as novas tecnologias em sala de aula e precisa conhecer variadas metodologias de ensino e aprendizagem para poder escolher, de acordo com cada turma, conteúdo ou situação de sala de aula, aquela que for mais adequada." (CASTRO, 2014).

Estas afirmações, associadas a sua mediação pedagógica permite afirmar que por meio do ato de pesquisar e refletir sobre sua própria prática o acadêmico aprendeu não só conteúdos de Matemática e como utilizar a Investigação Matemática como metodologia de ensino, mas também, a questionar, duvidar, intervir para resolver problemas dentro e fora da sala de aula. Desenvolveu a habilidade de questionar a verdades não só em relação aos conhecimentos Matemáticos construídos historicamente como também em relação as metodologias de ensino, recursos didáticos, uso da tecnologias na sala de aula e sobre a função do professor da atualidade.

6.4 A mediação pedagógica no Projeto O estudo do gráfico da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o *software* Geogebra

Este projeto do estagiário *Batista* se desenvolveu durante o ano de 2014, como atividade do Estágio Supervisionado do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá. O objetivo foi desenvolver e analisar uma atividade de Investigação Matemática com o Geogebra para o estudo da parábola da Função Quadrática numa perspectiva em que os alunos por meio da análise das suas construções cheguem as suas próprias conclusões e formalizem e generalizem os conceitos relacionados ao conteúdo.

6.4.1 A mediação pedagógica do estagiário

Sob a mediação da professora supervisora do Estágio Supervisionado estagiário *Batista* desenvolveu na segunda fase do Estágio supervisionado uma pesquisa sistematizada em que passou por cinco etapas. A primeira etapa foi a realização de estudos teóricos sobre a metodologia Investigação Matemática, sobre o *software* Geogebra e sobre temas relacionados

ensino e aprendizagem de Matemática e a profissão docente. A segunda etapa foi a elaboração de uma atividade de Investigação Matemática com o Geogebra nos moldes propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e Vaz (2012), em que o aluno deve passar pelas fases investigativas do levantamento de conjecturas, experimentação, formalização de generalização dos conceitos que acontecem nos momentos de introdução do assunto, investigação e discussão dos resultados mediados pelo professor. No caso o objetivo da aula foi fazer o estudo da parábola da Função Quadrática.

A terceira etapa que foi a realização da experimentação em sala de aula. Na quarta etapa que veio logo a seguir, seu deu a análise da atividade experimental desenvolvida e produção de um relato de experiência. A quinta e última fase foi a publicação do artigo produzido em um evento relacionado à profissão docente.

As aulas experimentais se desenvolveram, em horário normal das aulas de Matemática, em uma turma de trinta e dois alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Iporá Goiás. A professora titular da turma foi parceira no projeto participando da escolha do tema, elaboração das atividades e acompanhamento das aulas e da análise comentada das aulas.

A análise das aulas, feita pelo estagiário, se deram conforme sugere Ponte 2013, por meio das observações em sala, selecionando e analisando um conjunto de acontecimentos relacionado à introdução do assunto, a investigação e da discussão dos resultados. Analisaram-se as vivências das fases investigativas do experimentar, conjecturar, discutir, formular as respostas, formalizar e generalizar e provar conceitos matemáticos. Os instrumentos de coleta de dados e informações foram os relatórios dos alunos em que descreveram detalhadamente o que aconteceu nas aulas em relação às suas aprendizagens, o diário de campo do estagiário, as construções no Geogebra arquivadas no computador, as fotos e os registros das atividades realizadas pelos alunos. O artigo final produzido se constitui de um instrumento importante para a análise da mediação pedagógica do estagiário que está a seguir.

- A introdução do assunto

A fase de introdução do assunto ou arranque da aula foi a primeira fase realizada pelo estagiário na atividade de Investigação Matemática conforme sugere Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para introduzir o tema que seria estudado o acadêmico optou por apresentar uma situação contextualizada e real. Como a realização da Copa do Mundo no Brasil seria

dali a poucos dias e o principal assunto entre os alunos no momento era este, o estagiário propôs que fizessem a leitura de um texto que falava das reformas realizadas nos estádios de futebol em que aconteceriam os jogos da copa, dando destaque para o estádio do Maracanã. Destacou as antigas e as novas medidas do campo de futebol do estádio do Maracanã e suas dimensões de 75m x 110m que passaram a ser usadas para atender às normas da FIFA para sediar jogos da copa do mundo.

Após a leitura do texto fez-se um debate sobre o texto. Enquanto debatia com os alunos as questões como custos da reforma, impactos sociais, econômicos e políticos consequentes de tais investimentos do governo, dentre outros, o estagiário direcionou a discussão para a atuação dos jogadores, influência das dimensões do estádio em suas atuações e possíveis trajetórias de uma bola em jogo quando lançada de certa distancia do gol sem obstáculos a frente.

Simulou algumas situações em que pudessem acontecer gols de falta em linha reta questionando sobre as prováveis trajetórias da bola em cada um dos casos, recolhendo dados gerais e quantitativos que pudessem ajudar a levantar hipóteses com objetivo de elaborar problemas a serem investigados. Questionou os alunos: "Se a bola for lançada verticalmente para cima ela vai subir em linha reta? Vai cair no mesmo lugar? Perguntamos sobre os fatores que influenciam na trajetória de uma bola quando chutada para cima?" Esperou que levantassem algumas hipóteses.

Os alunos conjecturaram que "a bola não cairia no mesmo lugar porque sua trajetória seria uma curva, que a trajetória sofreria interferência que seria força do vento, direção do chute, peso da bola, precisão do chute, sua altura e por fim sua velocidade." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 182). Logo a seguir fez novo questionamento:

Batista: *Se o jogador chutar a bola a gol. Supondo que o ponto de partida da bola seja exatamente a 20m de distancia do gol. Qual é a equação que representa a trajetória da bola do ponto de partida até o gol?*

Os alunos ficaram em silêncio por alguns segundos, até que um deles fez um questionamento que desencadeou o seguinte diálogo:

Aluno M: *Depende. Se o jogador chutar a bola e ela seguir em linha reta, na horizontal a equação será do primeiro grau.*

Aluna A: *Mas a bola pode fazer uma curva e aí a equação será do segundo grau.*

Aluno P: *É mesmo! Acho que se for em linha reta a equação vai ser $y = ax + 20$.*

Aluna M: Não! A professora a de física disse que a equação do espaço percorrido por um objeto em linha reta é sempre $S = so + v.t$. Então a equação é $S = 20 + v.t$.

Aluna M: Mas professor! Nesta equação, só tem como achar a equação se souber a velocidade. Porque o tempo vai variar.

Aluno P: Ou então se souber o tempo. Aí a velocidade pode estar variando.

Aluno C: Não é isso! O professor não perguntou qual a equação do espaço. Ele quer a equação da trajetória da bola. Se ela for em linha reta, na linha do solo, a equação fica $Y = 0$. É uma equação do primeiro grau, constante.

Batista: Correto! Se a bola partir na horizontal, em linha reta sobre o solo, sua trajetória vai ser constante, com $y = 0$.

Batista: E se a bola não partir em linha reta?

Aluno P: Aí professor, a bola vai fazer uma curva e a equação vai ser do segundo grau.

Batista: Nesse caso, qual seria esta equação?

Os alunos souberam descrever apenas que a bola faria uma trajetória curva em forma de parábola. Contudo não souberam encontrar a equação da parábola. Sugeriram apenas que seria uma equação de 2º grau. Quanto a ser possível fazer o gol a conjectura levantada foi que sim, desde que o vento, a força e a direção do chute fossem o suficiente para deslocá-la até o gol.

Conforme se identifica no trabalho final do estagiário:

Os alunos souberam descrever apenas que a bola faria uma trajetória curva em forma de parábola. Contudo não souberam encontrar a equação da parábola. Sugeriram apenas que seria uma equação de 2º grau. Quanto a ser possível fazer o gol a conjectura levantada foi que sim, desde que o vento, a força e a direção do chute fossem o suficiente para deslocá-la até o gol. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 183).

Diante das conjecturas dos alunos o estagiário faz nova indagação.

Batista: Então vamos considerar a seguinte situação. Se após o chute, a bola descreveu uma trajetória curva, alcançando a altura máxima de 4m. Qual a equação matemática que representa o percurso feito pela bola? Nestas condições seria possível se fazer o gol?

A resposta da aluna A fez nova conjectura:

Aluna A: Se a bola subiu e caiu, sua trajetória foi uma curva em forma de parábola. Acho que depende da velocidade da bola para saber se ela vai chegar até o gol.

Aproveitando-se da conjectura levantada o estagiário utiliza-se de outras conjecturas levantadas anteriormente para estruturar uma pergunta direta:

Batista: *Se sabemos a distância que a bola percorreu e a altura máxima alcançada, não seria possível, com estes dados, encontrarmos a equação do segundo grau que representa a trajetória da bola? Para em seguida descobrir se ela vai chegar até o gol? Vamos pensar nisto até as próximas aulas.*

Como a atividade de investigação foi realizada no horário normal de aula, a primeira aula terminou quando os alunos desenharam as possíveis trajetórias da bola e anotaram suas conjecturas em um bloquinho de anotações que receberam do estagiário. Nesta aula, a questão problema foi apenas estruturada.

Na segunda aula o estagiário optou por, antes de iniciar a investigação, com os alunos, explorar juntamente com eles alguns recursos do Geogebra, visto que este era um *software* desconhecido deles. Esta e as próximas atividades se realizaram usando os computadores do laboratório de informática da escola. Ali, apesar de não ter um profissional dinamizador ou técnico para apoiar os professores durante às aulas, é um espaço que possui aproximadamente trinta máquinas em funcionamento, o que permitiu do desenvolvimento de atividade em grupos e individuais, mesmo se tratando de uma turma com trinta e dois alunos matriculados.

O arranque da aula termina com a estruturação do problema seguida da exploração de alguns recursos do *software* Geogebra e de um diálogo em que o professor descreve para os alunos a Investigação Matemática esclarecendo o significado de alguns termos como conjecturar, experimentar, formalizar e generalizar. Descreve também qual será o seu papel como professor e o que se esperava dos alunos. Este diálogo foi necessário porque os alunos não estavam habituados a desenvolver atividades investigativas.

De acordo com Ponte; Brocardo e Oliveira o arranque da aula deve ser breve e é uma fase importante para que o aluno compreenda o que será investigado, qual o problema a ser resolvido e qual será o seu papel durante a investigação. É importante também para que o professor faça a introdução do tema despertando o interesse para o assunto. A condução didática deste momento deve ser feita adequadamente, principalmente quando alunos estão pouco ou nada familiarizados com as investigações.

A condução da aula feita pelo estagiário até o momento foi razoavelmente adequada para o início de uma Investigação Matemática. Ele demonstrou certa habilidade na introdução do assunto e na estruturação da questão problema que poderia ter sido fornecido por escrito,

mas que, no caso, a opção foi elaborar e estruturar o problema utilizando as próprias conjecturas iniciais dos alunos. Contudo a questão problema estruturada na primeira aula não foi lembrada na segunda etapa, criando um espaço muito grande entre a introdução do assunto e o início da investigação que se dará nas próximas etapas.

O fato de os alunos não conhecerem o *software* Geogebra obrigou o professor a criar um espaço entre a formulação da questão para que os alunos aprendessem a usar o ambiente do *software*. Isto desviou a atenção dos alunos para outro ponto que não fosse à questão de pesquisa. Talvez fosse melhor estratégia, em outra oportunidade, mostrar primeiro os recursos do Geogebra e só depois dar início à formulação da questão de investigação.

- A fase das experimentações

Para facilitar a organização didática da aula, esta etapa foi dividida em pequenas atividades conforme relata o estagiário:

Esta etapa foi dividida em 5 atividades. As fases do levantamento de conjecturas, experimentação e formalização aconteceram de forma alternada e as vezes simultaneamente podendo uma formalização dar origem a outra conjectura que da origem a outra experimentação até que se chegue a resposta do problema inicial. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 183).

A análise da mediação pedagógica aconteceu observando estas cinco fases definidas pelo acadêmico.

Atividade 1:

Em um primeiro momento fez-se a exploração com a intenção de que os alunos relembassem a formalização Matemática da definição de uma função quadrática e a formalização dos zeros da função. A definição e o conceito de zero da função já foram estudados na série anterior.

Ao identificar que os alunos já conheciam a fórmula geral da função do segundo grau $ax^2 + bx + c$ e sabiam identificar os coeficientes a , b e c em uma equação e separá-los ordenadamente o estagiário não propôs uma investigação sobre isso, visto que, a dificuldade dos alunos era apenas em fazer a formalização em linguagem Matemática simbólica. O que fez então foi apenas auxiliá-los na formalização Matemática da definição de função quadrática, ou função polinomial do segundo grau definindo-a como sendo qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$.

Identificou-se também que os alunos já sabiam calcular os valores das raízes x' e x'' usando a fórmula de Bhaskara. A dificuldade apresentada foi na identificação destas raízes como os zeros da função e na localização destes valores no gráfico da função.

A partir deste diagnóstico solicitou para os alunos construírem os gráficos de exemplos de funções do 2º grau usando o Geogebra. Os exemplos utilizados foram: $f(x) = x^2 - 5x + 6$, $g(x) = x^2 + 6x + 9$, $h(x) = x^2 + 5x + 4$. Depois da construção dos gráficos, solicitou-se que calculassem as raízes destas mesmas funções utilizando o método que já conheciam. Depois deveriam localizar nos gráficos construídos os valores encontrados para as raízes calculadas.

Como relata o estagiário, com esta atividade os alunos "perceberam que os valores das raízes são os pontos de intersecção da parábola com o eixo x das abcissas." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 183). Em seguida sugeriu que

substituísem a variável x da equação pelos os valores das raízes e calculassem o resultado. E comparassem os resultados entre eles. Por meio das comparações chegaram a formalização de que os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abcissas no plano cartesiano são *as raízes ou zeros da função que fazem $ax^2 + bx + c = 0$.* (Ibid., p. 184).

Novamente os auxiliou na aquisição da linguagem Matemática e na formalização dos conceitos:

as raízes ou os zeros da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bháskara: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Se temos $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. (grifo do autor). (Ibid.).

As dificuldades apresentadas pelos alunos nesta aula foram nas substituições das variáveis e nos cálculos das operações. Quanto à formalização não apresentaram grandes dificuldades.

Para concluir esta aula, o estagiário voltou ao problema original da trajetória da bola chutada a gol de uma distância de 20m. Pediu para analisarem os desenhos da trajetória da bola que fizeram anteriormente e identificando os representaria os valores das raízes da função que representa trajetória da bola. Conforme relata o estagiário:

sem dificuldades identificaram que: o ponto de saída da bola seria o valor de x' e o ponto em que ela cairia ao chão seria o valor de x'' e que entre eles estaria os 20m de distância entre o ponto de saída ou marca da falta e o ponto de chegada da bola ao gol. Identificando inclusive que: o valor de x' seria igual a zero porque a bola estaria partindo do ponto zero metros para cair à uma distância de vinte metros. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 185).

A afirmação acima se baseia na participação dos alunos e nas anotações feitas pelos alunos durante a realização das atividades, recolhidas e analisadas pelo estagiário.

A forma escolhida pelo estagiário em criar novas questões secundárias de pesquisa foi adequada, visto que, para responder a questão inicial os alunos teriam que dominar vários outros conceitos relacionados às raízes das funções, concavidade da parábola, valores de máximos e de mínimos, dentre outros. No entanto, a questão inicial de investigação deveria ter sido lembrada logo no início da fase de experimentações. Por meio dela é que os alunos deveriam ter identificado quais outros conceitos matemáticos seriam necessários para respondê-la.

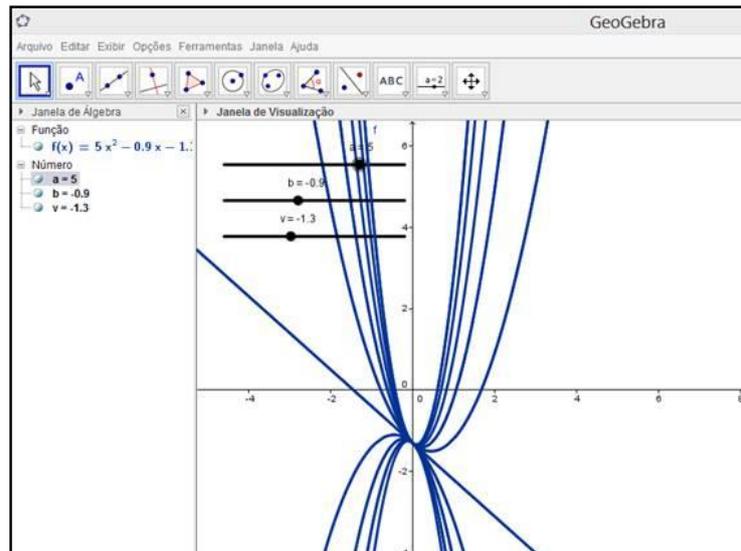
Atividade 2:

Em um segundo momento da experimentação, a atividade desenvolvida teve a finalidade de fazer o estudo da concavidade de parábola. Iniciou-se a experimentação usando o Geogebra, conforme relata o estagiário:

propusemos que os inserissem a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ no e usando a ferramenta *controle deslizante* e inserissem a função *exibir rastro* do Geogebra e alterassem os valores do coeficiente a e anotassem os que perceberam sobre qual a relação existente entre os valores do coeficiente a e a posição da concavidade dos gráficos construídos. Em seguida pedimos que se levantassem e analisassem os gráficos que os colegas também haviam construído. (Ibid., p. 08).

Por meio de suas construções, experimentações e análises dos rastros da parábola quando se alterou os valores do coeficiente a os alunos chegaram a formalização de que se os valores de a forem negativos a concavidade da parábola será voltada para baixo e quanto os valores de a forem positivos a concavidade da parábola será voltada para cima. Se a for igual da zero a função é do primeiro grau e o gráfico é uma reta.

Figura 17: Deslocamento da parábola usando a função *animar* do Geogebra.



Fonte: Batista e Oliveira (2014, p. 187).

A figura 17 mostra o deslocamento da parábola quando os alunos usaram a função *animar* para confirmarem se esta formalização valeria mesmo para qualquer valor de a . A formalização em linguagem Matemática neste caso acontece naturalmente. Sem dificuldades os alunos formalizaram que *para* todo $a > 0$, a concavidade da parábola é para cima e para todo $a < 0$ a concavidade é para baixo.

Após a generalização e a argumentação para mostrar que a formalização é válida para todos os casos o estagiário solicita para os alunos analisarem a trajetória da bola em relação ao sinal de a . Identificaram a trajetória da bola só pode ser representada por uma equação que tenha o coeficiente a maior que zero ($a > 0$). Conforme afirma o estagiário "o manuseio do objeto pelos alunos foi fundamental para que compreendessem a relação entre o valor do coeficiente a e a posição da concavidade da parábola." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 09).

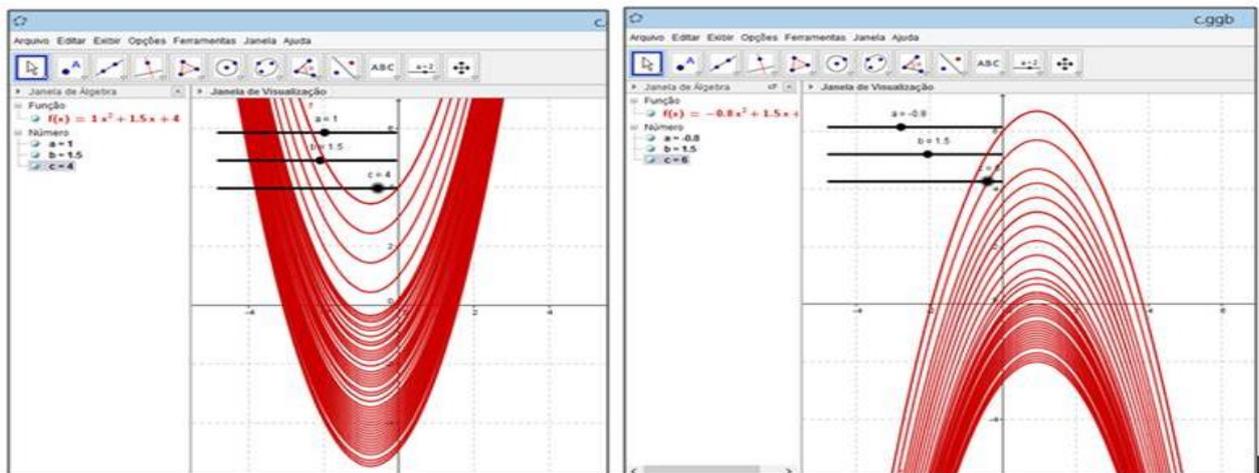
Novamente a questão problema só foi retomada no final da segunda atividade, quando deveria ser o contrário. Retomando a questão inicial, os alunos juntamente com o professor definiriam o que deveria ser investigado na próxima etapa.

Atividade 3:

No terceiro momento da investigação a atividade teve como objetivo analisar o coeficiente c no gráfico da função quadrática. Utilizando o mesmo gráfico já construído na atividade anterior o estagiário sugere que os alunos experimentem variar apenas o coeficiente c usando a função rastro deixando os valores de a e b fixos, analisando o comportamento do gráfico e buscando identificar como o valor do coeficiente c interfere nesse comportamento.

Neste caso, também sem dificuldades os alunos formalizaram que: o coeficiente c indica o ponto em que a parábola corta o eixo y . A figura 18 mostra os rastros da parábola quando se altera os valores de c permitindo a visualização e análise do deslocamento do ponto c sobre o eixo de y .

Figura 18: Rastros da parábola quando se altera os valores de c .



Fonte: Batista e Oliveira (2014, p. 188).

A seguir o estagiário lembra os alunos que "se o coeficiente c for positivo o ponto em que a parábola corta o eixo de y estará acima do eixo de x e se o coeficiente c for negativo o ponto em que a parábola corta o eixo de y estará abaixo do eixo de x e se c for igual a zero este ponto será no ponto $(0,0)$." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 188).

Neste momento, preocupado com o tempo da aula e com a demora dos alunos nas experimentações, o estagiário adiantou a formalização que deveria ser dos alunos. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) é peculiar às Investigações Matemáticas trabalhar com situações problemas e por isso demandam maior tempo para realização das atividades do que em algumas outras metodologias. Contudo, o professor habituado em elaborar um plano para ser executado em um determinado tempo, nas primeiras investigações nem sempre respeita o tempo necessário ao aluno, não para a realização das atividades e não raras vezes, antecipa as respostas que deveriam ser elaboradas pelos alunos.

Após a formalização o estagiário retoma o problema original e pede aos alunos para identificarem o valor de c no gráfico da trajetória da bola. Conforme pode ser verificado no seu relato "identificaram que na equação da trajetória da bola o valor do coeficiente c é igual a zero, logo será uma equação incompleta". (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 188).

Como se pode observar a retomada do problema original é feita sempre ao final de cada etapa. Isto não inviabiliza a investigação dos alunos e também não descaracteriza a

metodologia de Investigação Matemática. Contudo se as investigações partissem da questão ao contrário dela ser usada para confirmações das formalizações feitas, a pesquisa teria mais sentido para o aluno.

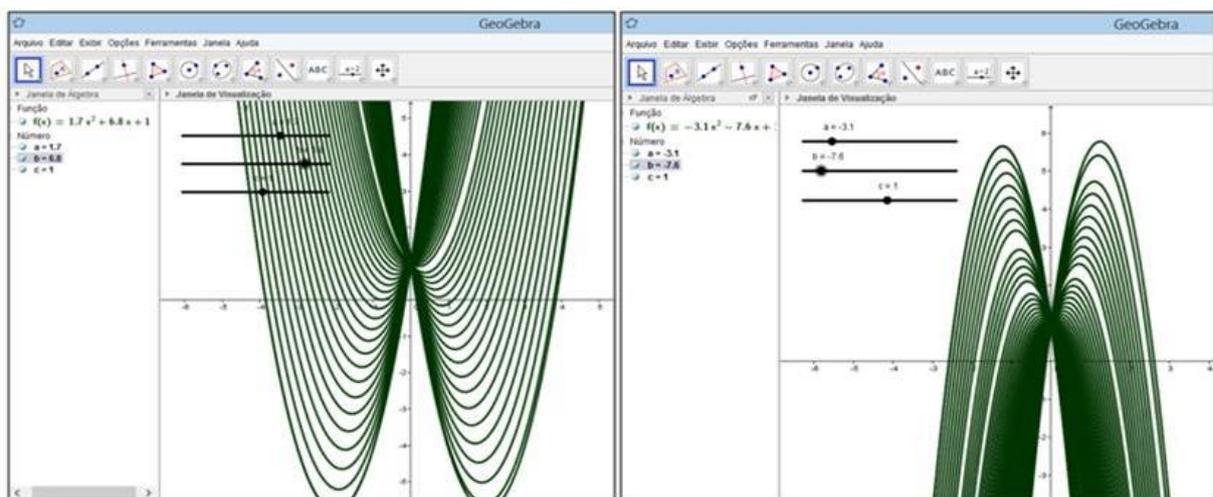
Quanto ao fato do acadêmico ter adiantado fazendo a formalização que deveria ser dos alunos, foi até compreensível, quando se leva em consideração que além do fato dele não possuir experiências na docência, naquele dia em especial a aula teve duração menor que o tempo previsto. Ele teve então que fazer uma escolha, ou concluía a formalização naquela aula ou deixaria para concluir na próxima semana

Para aproveitar a atenção dos alunos naquele momento em que perguntavam e faziam pressão esperando uma resposta o estagiário optou por finalizar a formalização considerando que naquele momento a aprendizagem poderia ser maior. Se deixasse a formalização não concluída, quando reiniciasse tudo na semana seguinte os alunos poderiam ter perdido a motivação e esquecido conceitos importantes levando a um prejuízo maior.

Atividade 4:

No quarto momento da investigação, foi solicitado para os alunos repetirem a experimentação anterior agora analisando a interferência do coeficiente b na parábola. O estagiário chama a atenção para o fato de que "quando se está usando a opção exibir rastro do Geogebra, se varia o coeficiente b da parábola é possível observar a criação de uma nova parábola, não importando se a concavidade da parábola original está voltada para cima ou para baixo." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 189).

Figura 19: A interferência do coeficiente b na parábola.



Fonte: Batista e Oliveira (2014, p. 189).

Conforme relata o estagiário "Durante a experimentação os alunos anotaram várias observações que indicam que identificaram as interferências do coeficiente b na parábola." A figura 19 mostra o deslocamento do gráfico quando se altera o valor do coeficiente b . Neste momento da investigação os alunos fizeram algumas observações importantes em suas anotações. Tais observações foram transcritas pelo estagiário em seu relato:

- O coeficiente b define como será a inclinação até o eixo y e depois que passa para o outro lado do eixo de y .
- O coeficiente b interfere no ponto do vértice da parábola e a movimentação deste ponto dá origem a construção de outra parábola com a concavidade virada para o lado contrário da concavidade da parábola original.
- Se a concavidade da parábola está para baixo quando movimentamos estes ponto b se ele for positivo a parábola decresce do lado direito e se ele for negativo cresce do lado esquerdo. E quando a parábola está com a concavidade para cima acontece o contrário.
- Quando b é zero o vértice da parábola é um ponto do eixo de y . Se variar o coeficiente a o b fica fixo e se mover o coeficiente c o coeficiente b vai se mover em linha reta sobre o eixo de y .
- O coeficiente b interfere nos valores de máximo ou de mínimo da função. (grifo do autor). (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 190).

Esta atividade demandou mais tempo que o esperado. De acordo com o estagiário as anotações dos alunos foram importantes, visto que, o debate realizado sobre elas foi determinante para que os alunos "chegassem a conclusão que o ponto b interfere na construção da parábola principalmente em função do X_v e do Y_v ." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 192). Partindo desta descoberta dos alunos e da exploração destes dois pontos o estagiário mostrou como calcular o X_v pela média aritmética ou encontrando o ponto médio da distância entre os zeros da função e como calcular o Y_v substituindo o X_v na função.

A demonstração da fórmula de cálculo do X_v e do Y_v foi realizada pelo estagiário com a participação dos alunos. A demonstração das fórmulas teve o objetivo de familiarizar os alunos com a linguagem Matemática simbólica.

Sabendo que a forma geral da equação do segundo grau é $f_{(x)} = ax^2 + bx + c$, e que o gráfico desta função é sempre uma parábola.
 Se considerarmos $f'_{(x)} = 0$, teremos $2ax + b = 0$. Desta equação temos: $2ax = -b$ assim, $x = -b/2a$. Logo a coordenada x do vértice é igual a $-b/2a$.
 Conhecida a coordenada x do vértice, se substituirmos esta na forma geral $f_{(x)} = y = ax^2 + bx + c$, teremos:
 $y = a(-b/2a)^2 + b(-b/2a) + c$
 $y = a(b^2/4a^2) - b^2/2a + c$
 $y = b^2/4a - b^2/2a + c$
 $y = (b^2 - 2b^2 + 4ac)/4a$
 $y = (-b^2 + 4ac)/4a$
 E sabendo que $(b^2 - 4ac) = \Delta$.

De: $y = (-b^2 + 4ac) / 4a$. Temos que: $y = -\Delta/4a$.

Logo a coordenada x do vértice é igual a $-\Delta/4a$. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 192).

Mesmo com a apresentação da demonstração das fórmulas e depois da realização de vários cálculos experimentais usando a fórmulas do Y_v e X_v , os alunos ainda tiveram dificuldades em perceberem que variando o coeficiente “b” ela interferia na variação dos valores de Máximo ou de mínimo. Conforme destaca o estagiário "Foi necessário um tempo maior para as análises, além de exigir uma mediação cuidadosa para que não se respondesse ao problema em investigação sem que houvesse as devidas reflexões." (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 191).

Neste momento da investigação o estagiário soube aguardar o tempo do aluno e dosar bem as informações para que pudessem chegar as suas próprias conclusões. Agiu conforme sugere Ponte et al. (1999) quando afirma que no caso dos alunos apresentarem dificuldades no prosseguimento da investigação o professor deverão apoiá-los, dando o tempo necessário, fornecendo informações na quantidade certa, incentivando a curiosidade, a autoconfiança e a reflexão por meio da criação de um ambiente dinâmico e propício, que colabore com as suas descobertas.

Novamente o problema inicial só foi lembrado ao final da aula para a localização do X_v e Y_v , localizando a altura máxima da bola.

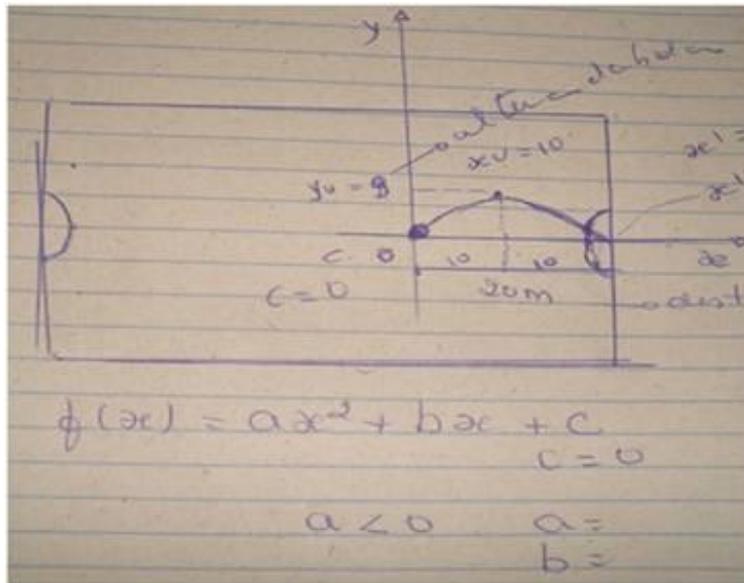
Atividade 5:

O quinto momento foi quando se resolveu o problema original sobre a trajetória da bola no Maracanã. No início desta aula o estagiário teve o cuidado de fazer uma recapitulação das investigações realizadas até o momento, das conjecturas e dos resultados já obtidos. Fez isto embasado em Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999, p. 09) quando afirmam que "por vezes, pode ser útil proporcionar um momento de discussão durante a realização da tarefa com o objectivo de ajudar os alunos a ultrapassar em certas dificuldades, de motivá-los em fases mais críticas do trabalho, ou mesmo de enriquecer a investigação".

Depois da revisão lembrou com os alunos o problema inicial: Se o jogador chutar a bola a gol. Supondo que o ponto de partida da bola foi exatamente a 20m de distancia do gol. Após o chute a bola descreveu uma parábola, alcançando a altura máxima de 9m. Qual a equação Matemática que representa o percurso feito pela bola? Nestas condições seria possível se fazer o gol? Solicitamos que construíssem um esboço da trajetória da bola usando as informações que o problema trazia, conforme a figura 20 abaixo.

A figura 20 mostra o esquema da situação feito por duas alunas.

Figura 20: Esquema da situação problema elaborado por um aluno.



Fonte: Batista e Oliveira (2014, p.191).

Analisando o esboço das alunas é possível detectar que:

identificaram que a parábola terá concavidade voltada para baixo que o valor de seu coeficiente a será *menor do que zero* e os valores de x' é igual *zero* que é a origem da trajetória da bola. Identificaram o coeficiente c e seu valor igual a *zero*. O valor de x'' igual a *20m* que é distancia de onde a bola seria lançada até o ponto em que ele chega ao solo. Perceberam que a altura máxima atingida pela bola é o valor de Y_v será *9m*, *identificando* também que o X_v é igual a *10m*. Como estas alunas, vários outros fizeram as mesmas observações. Contudo nenhum conseguiu encontrar os valores de a e b no gráfico. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 192).

O estagiário, relata também que alguns alunos "usaram o Geogebra para construir o gráfico inserindo forma geral da função quadrática, fixando o valor de c igual a *zero* e movendo os coeficientes a e b . Estes encontraram apenas valores aproximados. Porém, nenhum deles obteve certeza dos valores que são decimais." (Ibid.). Destaca que sugeriu que "usassem as fórmulas do $y = -\Delta/4a$ e $X_v = -b/2a$ e os seus valores para encontrar os coeficientes a e b ." (Ibid.). Encontrando os valores dos coeficientes $a = \frac{-9}{100}$ e $b = +\frac{9}{5}$, os alunos encontraram também a equação da parábola que representa a trajetória da bola.

A condução didática do estagiário foi definitiva para que os alunos desenvolvessem o cálculo e a resolução do problema formalizando que a equação que representa a trajetória da bola diante dos dados informados pelos problemas é: $y = \frac{-9}{100} x^2 + \frac{9}{5} x = 0$.

Nesta aula não houve tempo suficiente para uma boa discussão dos resultados.

Na aula seguinte os alunos faziam avaliação de final de semestre que foi adiantada devido ao início dos jogos da Copa do Mundo que interferiram no calendário escolar. A discussão dos resultados só aconteceu alguns dias após a última aula.

De acordo com Fonseca, Brunheiras e Ponte:

O ideal é fazê-la logo após a exploração da tarefa, mas muitas vezes isso não é possível devido ao horário espartilhado dos alunos. Frequentemente o que acontece é que o desenvolvimento da actividade de investigação decorre numa aula e a discussão apenas na aula seguinte, o que dificulta o arranque da discussão final, pois os alunos, de uma aula para a outra, já não se lembram tão bem daquilo que fizeram e, de uma maneira geral, os registos escritos não são suficientemente ricos para ajudá-los. (1999, p. 09).

Conforme destaca os autores, o estagiário realmente teve dificuldade na gestão didática da discussão dos resultados visto que, depois de alguns dias, os alunos tiveram dificuldade de interpretarem suas próprias anotações rascunhadas. Isto provocou a necessidade de destinar um espaço de tempo para que pudessem relembrar a investigação.

Ao final de cada momento os alunos fizeram suas anotações no bloquinho de notas. O estagiário também tinha o seu bloco de anotações. Contudo, como se tratavam de rascunhos e desenhos, os alunos em alguns casos não conseguiram interpretar seus desenhos e resoluções. Para reavivar as lembranças dos alunos o estagiário solicitou para abrirem os arquivos salvos no computador com as construções feitas no Geogebra.

Depois de fazer a discussão, passo a passo, juntamente com os alunos, de todas as atividades já realizadas até a formalização da equação que descreve a trajetória da bola, chamou a atenção para uma pergunta que ainda estava sem resposta: Nestas condições seria possível se fazer o gol?

Seguiu-se o seguinte diálogo:

Aluno P: *Já sabemos que a bola partiu de uma distância de 20 metros de distancia do gol.*

Aluno A: *Então a distância que a bola percorreu não pode ser menos que 20m.*

Aluna M: *Se x' é o ponto de partida e x'' é o ponto de chegada da bola no chão, então é só achar os valores das raízes da equação que encontramos.*

Aluno A: *Mas x' é o ponto de partida, então ele vale zero.*

Aluno P: *Já fiz professor! Encontrei o x'' que vale 20m.*

Batista: *Como fez o cálculo tão rápido?*

Aluno P: *Não fiz o cálculo. Eu construí o gráfico da equação do Geogebra uai! Aí deu para ver que o x' vale zero e o x'' vale 20m.*

Batista: *Então mostre para os colegas como você fez!*

Batista: *Alguém encontrou a distância percorrida pela bola fazendo o cálculo?*

Aluno A: *Eu professor! Usei a calculadora e o x " também deu 20m.*

Batista: *Estão venham os dois mostrar para os colegas como fizeram.*

Assim, chegaram à conclusão de que nas condições apresentadas pelo problema seria possível sim fazer o gol.

Apesar das dificuldades iniciais, a discussão final foi um momento importante de reflexão para que os alunos pudessem compreender cada passo da investigação que eles mesmos realizaram. Foram identificando como cada pista foi surgindo até que tivessem a equação da parábola descrita pela bola. Estagiário e alunos foram lembrando juntos cada conjectura levantada, como elas se confirmaram ou não, como surgiram outros problemas derivaram do problema inicial e como foram resolvidos.

6.4.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

A condução de uma Investigação Matemática requer do professor esteja preparado tanto em relação ao conteúdo, quanto em relação da gestão didática da aula visto que sua função é de moderar e orientar o trabalho dos alunos, fornecendo informações, interligando ideias, estimulando a comunicação entre os alunos. (FONSECA, BRUNHEIRAS E PONTE, 1999). Nesta perspectiva o estagiário se mostrou bem preparado em relação ao conteúdo trabalhado, no entanto, não esteve muito seguro em relação à metodologia de ensino em alguns momentos, conforme se pode perceber na sua mediação pedagógica. Contudo, grande parte dos contratempos que aconteceram podem ser justificados pela falta de experiência do estagiário na gestão de uma sala de aula e pela falta de experiência também dos alunos no que se refere à realização de atividades investigativas. Assim, com a realização de outras atividades de Investigação Matemática, tanto alunos quanto o professor poderão se tornar mais eficientes na condução das suas atividades.

As dificuldades encontradas pelo estagiário estiveram relacionadas principalmente a falta de experiência na docência e na gestão da sala de aula. De acordo com Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) é comum nas primeiras atividades de Investigação Matemática a que o professor se propõe desenvolver, ter dificuldades em cumprir o planejamento seguindo um cronograma previsto antecipadamente. Administrar o tempo da aula se torna um desafio devido à imprevisibilidade que acontecem nas experimentações dos alunos. Quando os alunos também não têm o hábito de desenvolver atividades investigativas os desafios do professor se

tornam ainda maiores. Até mesmo fazer com que entendam os seus papéis como investigadores pode ser uma dificuldade.

Quando a turma é grande, gerir o diálogo é outra tarefa difícil. Controlar a conversa paralela, cuidar para que um aluno mais adiantado dê a resposta pronta para os colegas causando prejuízos às suas investigações, ouvir todos os que querem expor suas ideias e discutir cada uma delas dando importância para todas as conjecturas apresentadas. Fazer os mais tímidos falarem, incluindo todos no debate também é outro cuidado se deve ter. Como afirma Freire (1996), o diálogo é importante para que a sala de aula se estabeleça como um ambiente propício para a produção de conhecimentos.

No caso da aula do estagiário, na discussão dos resultados, como se tratava de uma turma grande, por vezes teve dificuldade em manter a disciplina e controlar a conversa paralela, isto fez com que muitos comentários e descobertas dos alunos não fossem identificados. Teve dificuldade em algumas aulas em administrar o tempo chegando a fazer para os alunos uma formalização de deveria partir deles. Este foi um momento que possibilitou formação na própria ação em sala de aula visto que, de acordo com Nóvoa (1997) conhecer e reconhecer os processos de organização do trabalho escolar, os processos de gestão da sala de aula, saber utilizar variadas metodologias de ensino e experimentar situações novas e inesperadas constitui-se em possibilidade de reconhecimento da profissão

Na última aula, teve dificuldade em manter o interesse, visto que, o tempo da aula foi maior do que o necessário para a atividade planejada, o que fez com que a turma ficasse ociosa por alguns minutos, provocando barulho e algazarra. Teve dificuldade também em fazer com que todos os alunos participassem de todas as atividades, principalmente daqueles momentos em que deveriam expressar suas ideias. Alguns alunos, apesar de desenvolver suas experimentações se mantiveram calados em praticamente todas as aulas, sem receberem incentivos do professor para participarem. Neste momento a ação do saber se constrói como afirma Charlot:

(...) a relação com o saber é o conjunto das relações que um sujeito mantém com um objeto, um 'conteúdo de pensamento' uma atividade, uma relação interpessoal, um lugar, uma pessoa, uma situação, uma ocasião, uma obrigação, etc., ligados de uma certa maneira com o aprender e o saber; e, por isso mesmo, é também relação com a linguagem, relação com o tempo, relação com a ação no mundo e sobre o mundo, relação com os outros e relação consigo mesmo enquanto mais ou menos capaz de aprender tal coisa, em tal situação. (2005, p. 81).

No seu trabalho final o estagiário destaca que:

o docente precisa estar bem preparado em relação ao conteúdo, em relação a metodologia e quanto aos recursos didáticos porque a investigação nem sempre

ocorre conforme se planejou podendo tomar outros rumos caso surja alguma pergunta inesperada por parte dos alunos. (BATISTA E OLIVEIRA 2014, p. 193).

A afirmação mostra estar ciente da necessidade de uma boa formação para exercer a docência. Nos encontros do grupo fez a seguinte afirmação: "os desafios que enfrentei nesta primeira experiência serviram para eu refletir sobre como foi importante meu papel de professor. Apesar de todas as dificuldades estou satisfeito comigo mesmo por ter conseguido." (BATISTA, COMENTÁRIO G. E., 2014). Esta outra fala, mostra amadurecimento e consciência do seu papel como professor. Mostra também consciência de que na docência os desafios sempre vão existir e que a busca por superação é uma constante na vida do professor.

De acordo com o estagiário a Investigação Matemática com o Geogebra contribui significativamente na aprendizagem dos alunos. O *software* como recurso de ensino e aprendizagem possibilitou aos alunos "aprender de forma mais interativa em que o aluno tem a oportunidade de movimentar os gráficos, fazer experimentações e observações que os auxiliaram no entendimento do conteúdo. (BATISTA E OLIVEIRA 2014, p. 193). Destacando em seus depoimentos que o Estágio Supervisionado foi importante "por permitir a possibilidade de a teoria à prática fazendo com que nos reconheçamos como professores vivenciando todos os desafios, conflitos e perspectivas da nossa futura profissão." (BATISTA, COMENTÁRIO G. E., 2014).

A mediação pedagógica do acadêmico, juntamente com suas afirmações, permite dizer que apesar das dificuldades em lidar com a utilização metodologia de ensino investigativa, a pesquisa realizada provocou reflexões acerca do trabalho do professor e dos desafios da profissão. Provocou reflexões ainda sobre o seu papel como educador matemático e sobre como a sua forma de conduzir uma atividade pode influenciar negativamente ou positivamente na aprendizagem dos alunos. Enfim, sobre os papéis do professor e dos alunos e sobre a importância de respeitá-los em suas capacidades de produzir conhecimentos matemáticos por meio das suas próprias ações.

6.5 A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra no ensino de área perímetros de retângulos e triângulos para o quinto ano do Ensino Fundamental

A pesquisa da estagiária *Silva* buscou responder a seguinte pergunta: os alunos do quinto ano do Ensino Fundamental seriam capazes de realizar Investigação Matemática com o Geogebra para aprender Geometria? O objetivo foi verificar se a Investigação Matemática como o Geogebra seria uma metodologia de ensino adequada para o ensino do conteúdo de

calculado de áreas e perímetros de retângulos e triângulos para alunos do quinto ano do Ensino Fundamental.

A experimentação aconteceu como atividade de regência do Estágio Supervisionado do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá em uma turma de alunos com idade entre dez e doze anos que estudam o quinto ano em uma Escola Municipal da cidade de Iporá/GO.

6.5.1 A mediação pedagógica da estagiária

A atividade pedagógica desenvolvida experimentalmente pela estagiária Silva foi planejada coletivamente durante as reuniões do grupo estudo forma pelos acadêmicos do quarto ano do Curso de Matemática da UEG/Iporá. Trata-se de atividades de Investigação Matemática com o *software* Geogebra para alunos do quinto ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal da cidade de Iporá/GO.

A sua pesquisa aconteceu durante as atividades de regência do Estágio Supervisionado. A análise das atividades investigativas teve como base as situações vivenciadas na própria sala de aula pela identificação das etapas da aula investigativa que são a introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados. Verificou-se o envolvimento dos alunos e se tiveram oportunidade para experimentarem, levantarem conjecturas, discutirem, formularem respostas, formalizarem, generalizarem e provarem conceitos matemáticos.

- A introdução do assunto

A introdução do assunto ou o arranque da aula de Investigação Matemática representa o início da atividade, quando o professor apresenta o tema aos alunos, propõe a tarefa e busca envolvê-los no trabalho. Contudo "a possibilidade de desafiar os alunos não se restringe ao momento de arranque da atividade. Ela prolonga-se durante todo o trabalho." (PONTE et al., 1998). No caso, a introdução do tema da atividade pedagógica se deu por meio da exploração dos recursos e ferramentas da área de geometria do *software* Geogebra. Fez-se a apresentação "das ferramentas e dos recursos do *software*, analisando e discutindo coletivamente as funções de cada ferramenta e partir das indagações e afirmações feitas procuraram-se indicadores dos conhecimentos prévios dos alunos em relação os conceitos básicos de geometria." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 240). Buscou-se familiarizar os alunos com os softwares e chamar as suas atenções para os conceitos geométricos.

Um fato interessante que vale ser destacado nesta aula foi a habilidade da estagiária na condução da aula quando na exploração inicial do tema percebeu que os alunos não sabiam diferenciar os conceitos retas perpendiculares e de retas paralelas. Ao contrário de dar a resposta explicando as características que as diferenciam, usou a situação de dúvida e curiosidade dos mesmos para lançar a primeira questão de investigação, que não estava prevista para esta aula. A questão foi a seguinte: O que são retas paralelas e o que são retas perpendiculares e o que as diferenciam umas das outras?

A primeira questão investigativa surgiu então de uma situação imprevista surgida em um momento que tinha como objetivo apenas explorar as ferramentas e recursos do Geogebra e relembrar os conceitos geométricos pré-requisitos para o estudo do cálculo de áreas e perímetros de retângulos e triângulos. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), uma investigação pode surgir de forma planejada, com uma questão apresentada pelo professor, ou de uma dúvida inesperada, ou mesmo de uma questão proposta de forma imprevista pelos alunos. No caso a questão de investigação "surgiu das dificuldades iniciais do aluno em relação aos conceitos de perpendicular e paralela. E a partir das questões levantadas se deu o levantamento das *conjecturas* dando início à primeira Investigação Matemática desta turma de crianças." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 241). A dúvida dos alunos deu origem a questão de pesquisa que suscitou as *conjecturas* levantadas quando cada um dos alunos tentou expressar o pensava ser retas paralelas e perpendiculares. Tais *conjecturas* foram refinadas durante a experimentação, usando as ferramentas do Geogebra.

durante a *experimentação* inicial pedimos que cada aluno fizesse uma reta usando os recursos do *software* Geogebra e em seguida construíssem uma reta paralela e outra reta perpendicular à reta inicial criada usando as ferramentas  Reta Perpendicular e  Reta Paralela. A seguir, sugerimos que calculassem o ângulo entre as retas e analisassem a o que havia em comum entre os ângulos de cada uma. Após os alunos fazerem a experimentação e compararem com as *conjecturas* levantadas inicialmente pedimos que formalizassem o conceito de retas perpendiculares e paralelas. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 241).

Ao final da experimentação os alunos souberam formalizar os conceitos de reta paralelas e perpendiculares, além de estarem bem familiarizados com o *software* Geogebra.

Vale ressaltar que mesmo a turma sendo constituída de alunos com idade entre dez e doze anos, não tiveram dificuldades na realização da tarefa em relação a Investigação Matemática e também não tiveram dificuldades em relação ao Geogebra. Manusearam com facilidade as ferramentas do *software*, testaram suas *conjecturas* por meio das suas próprias construções até chegarem à formalização da definição de retas paralelas e retas

perpendiculares. Isto dá indícios que tanto a metodologia de ensino investigativa quanto o *software* Geogebra podem ser usados por crianças do ensino básico de primeira fase.

A mediação pedagógica até este momento atende ao o proposto por Ponte (1998) quando afirmam que "durante a atividade enquanto os alunos vão desenvolvendo as atividades propostas o professor precisa estimular a busca de estratégias e respostas e manter o diálogo conduzindo a investigação." (PONTE et al.,1998). A estagiária soube lidar muito bem com as perguntas e dúvidas das crianças tanto em relação ao *software*, respondendo aos questionamentos feitos e fornecendo informações apenas no suficiente para a continuidade da investigação.

- A fase das experimentações

A atividade de investigação na aula da estagiária seguiu os passos peculiares às Investigação Matemática que são o levantamento de conjecturas, experimentação e formalização Matemática sugeridos por Ponte; Brocardo e Oliveira (2013). A estagiária destaca que no desenvolvimento da aula:

durante a experimentação o aluno formula hipóteses, também chamadas conjecturas e continuando com a experimentação o aluno confirma se as conjecturas criadas estão corretas ou não. Estando erradas o aluno retoma com os testes, e estando corretas, passa-se para a fase da formalização e para a generalização Matemática.(SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 242).

Contudo antes de apresentar a questão de pesquisa que os alunos deveriam investigar, a estagiária deu início à aula "explicando como ocorreria a investigação, como os alunos atuariam como investigadores e quais são as fases e os objetivos da investigação. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 243). Este foi um momento importante para que as crianças compreendessem como se daria o processo de investigação nesta aula fazendo interligações com a atividade realizada na aula anterior. Para esta explicação descreveu os passos de uma investigação criminal fazendo comparações com o processo investigativo que iriam realizar. Esta explicação dos passos da investigação fez com que os alunos se assumissem como investigadores interessados em descobrir as respostas para as questões Matemática que lhes eram apresentadas conforme se observa no diálogo a seguir:

Aluna A: *Agora sou o Sherlock Holmes da Matemática.*

Aluno C: *E o G vai ser o Grande Polegar. Certo G?*

Aluno D: *E você será o Inspetor Bugiganga. Se não descobrir a resposta será demitido! Pode começar a usar as parafernália do Geogebra para fazer sua investigação.*

Aluna F: *Tio Bugiganga, eu sou a Penny, vamos investigar juntos? Lembra que o inspetor lembra que no desenho Bugiganga tem uma sobrinha que ajuda ele a descobrir os crimes?*

Foi nesse clima descontraído que a estagiária então apresentou a primeira questão de investigação do dia. A pergunta era a seguinte: "O que é um quadrado?"

Inicialmente ficaram meio decepcionados com a pergunta. Disseram que isso qualquer um já sabia. O diálogo mostras as respostas iniciais dos alunos.

Aluna A: *O quadrado é uma figura geométrica que tem quatro lados.*

Aluno P: *Não é só isso. Para ser quadrado o polígono tem que ter quatro lados iguais.*

Aluno C: *A professora disse que em Geometria não se diz que tem lado igual, se diz que tem lados congruentes. O quadrado tem quatro lados congruentes e duas diagonais congruentes.*

Entretanto, em suas conjecturas, nenhum aluno se lembrou da propriedade segundo a qual um polígono para ser quadrado deve possuir quatro ângulos retos. Para que formalizassem corretamente as propriedades do quadrado a estagiária sugeriu então que construíssem um quadrado usando as ferramentas do Geogebra que já conheciam.

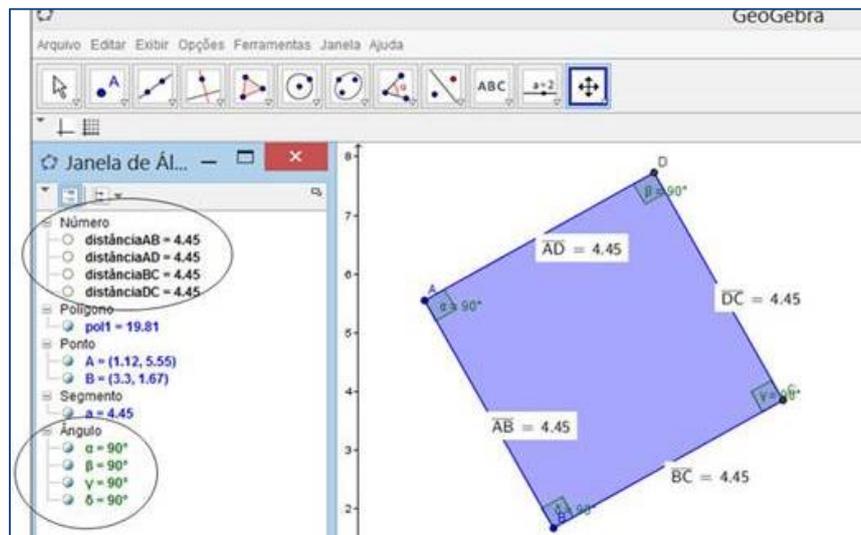
Alguns utilizaram a ferramenta *polígono regulares* outros utilizaram a *malha quadriculada* e a ferramenta *polígono* e alguns tentaram fazer usando somente a ferramenta *polígono*, sem usar a malha e teve ainda uma dupla de alunos que fizeram utilizando a *malha quadriculada, pontos e seguimentos de retas*. Contudo todos eles fizeram as suas construções se baseando na conjectura de que para ser quadrado a figura geométrica precisa possuir três lados congruentes. E intuitivamente fizeram os objetos quadrados com os ângulos retos.

Apenas um dos alunos fez a construção em forma de losango. E logo que terminou a construção questionou a professora:

Aluno J: *Meu desenho não está quadrado e eu fiz todos os lados com as medidas iguais de 5 cm. Eu já conferi, as medidas estão iguaiszinhas. Porque meu quadrado está diferente professora? Porque meu quadrado não ficou quadrado?*

Nesse momento todos os colegas queriam se levantar para ver o desenho do colega, entretanto a professora pediu que ficassem onde estavam solicitando que calculassem as medidas dos ângulos internos e dos lados das suas figuras construídas. A figura 21 abaixo mostra uma das construções feitas pelos alunos.

Figura 21: O calculo das medidas de um quadrado no Geogebra.



Fonte: Silva e Oliveira, 2014, p. 244.

Depois que encontraram as medidas dos ângulos internos das suas construções a estagiária disse então: agora sim, podem se levantar e comparar as medidas do seu polígono com as medidas dos ângulos e lados dos polígonos dos colegas. Depois de algumas comparações pediu que aumentassem as medidas dos lados das suas figuras, mantendo-as com medidas iguais, contudo sem modificar o formato das suas construções. Solicitou que comparassem novamente as medidas dos ângulos internos e dos lados dos seus polígonos com as medidas encontradas nas construções dos colegas. Para Ponte et al. (1999, p. 07) "[...] é essencial que se crie um ambiente em que eles interajam uns com os outros, em que possam exprimir os seus pensamentos e em que questionem as ideias apresentadas pelos colegas".

Logo uma aluna falou alto:

Aluna C: Professora, eu já sei por que a figura do B não está quadrado! É porque não tem os ângulos do canto quadrados! Não medem 90 graus como os outros.

Então o aluno B ajustou a sua figura para as medidas dos lados ficarem iguais e os ângulos ficarem com 90 graus como nas construções dos colegas. E assim, os alunos chegaram à formalização do quadrado como sendo uma figura de lados $AB = BC = CD = DA$ e que tem nos vértices quatro ângulos internos de noventa graus ou $\alpha = \beta = \gamma = \varepsilon = 90^\circ$, identificando assim as propriedades dos quadrados.

Para o cálculo do perímetro a estagiária solicitou que:

todos colocassem de forma visível a malha quadriculada e ajustassem os seus quadrados às unidades quadradas da malha e colorissem a figura. Depois numa tabela anotarem as medidas dos lados e da quantidade de unidades quadradas que

estavam sendo ocupadas pela parte colorida. Usando as ferramentas  e  Distância, Comprimento ou Perímetro calculassem a área e o perímetro da figura. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 245).

A seguir a estagiária solicitou que "arrastando com o mouse, aumentassem ou diminuíssem os lados e fosse anotando sempre as medidas dos lados e a quantidade de unidades quadradas da malha estava sendo ocupada pela parte colorida" (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 247). E que fossem anotando em uma tabela os valores da área e do perímetro.

Tabela 03. Medidas de lados e perímetros de quadrados.

Lados do quadrado (cm)	1	2	3	4	4,5	5	5,6	10,5	n
Medida do Perímetro									
Medida da Área									

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

A tabela 03 foi um instrumento não previsto que a estagiária usou ao perceber que os alunos estavam com dificuldades para organizarem em forma de texto as informações, descobertas e dados que iam acumulando. Segundo ela mesma afirmou em um dos debates do grupo de estudo "neste momento agi inspirada em Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999) quando afirmam que às vezes é preciso que o professor forneça instrumentos e pistas para um caminho possível para o prosseguimento da investigação." (SILVA, COMENTÁRIO G. E., 2014). Destacando ainda "a tabela, não estava prevista no plano de aula, mas sugeri para os alunos porque imaginei que organização dos dados iria facilitar a formalização dos alunos sem que eu precisasse dar mais informações sobre o conteúdo." (Ibid.)

Assim, a construção e a análise coletiva da tabela associada às experimentações que os alunos iam desenvolvendo no Geogebra foi um recurso importante usado pela estagiária para que por meio da análise dos padrões de valores os alunos chegassem a formalização do cálculo da área e do perímetro dos quadrados. Para Alro e Skovsmose (2006, p. 59) os alunos, "[...] devem ser convidados para um cenário para investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação."

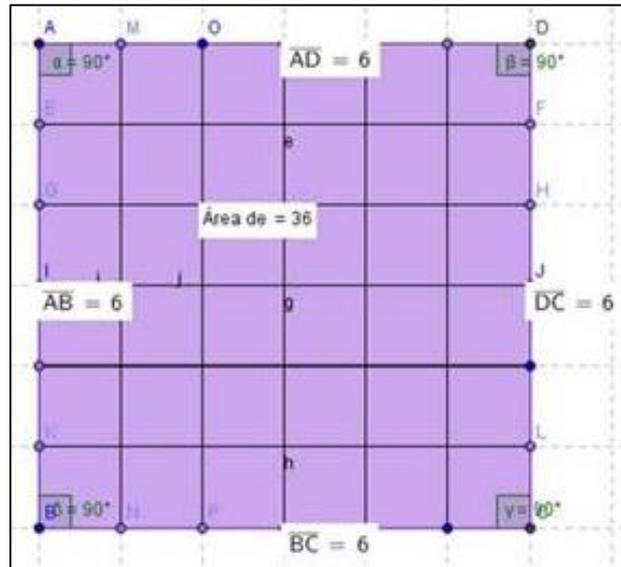
A experimentação no Geogebra foi descrita pela estagiária:

solicitamos então que desenhassem todos os quadradinhos do interior do quadrado ... depois contassem quantas unidades quadradas tinham. Depois aumentassem as medidas dos lados, mantendo as características do quadrado e novamente contassem as unidades quadradas e agora comparassem com as anotações da tabela. Repetimos as anotações e comparações aumentando e diminuindo as medidas dos lados ... A formalização do cálculo do perímetro aconteceu naturalmente mas quanto ao cálculo

da área foram muitas as conjecturas e ideias até que a formalização acontecesse... Após várias conjecturas e comparações das medidas no *software* com as anotações da tabela chegaram a conclusão de que : - *para encontrar a área podemos olhar as medidas dos lados e depois fazer um lado vezes o outro ou seja, $A = l \cdot l$ e para calcular o perímetro basta somar as medidas dos lados $Pe = l + l + l + l$.* (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 246).

A figura 22 mostra a construção realizada no Geogebra.

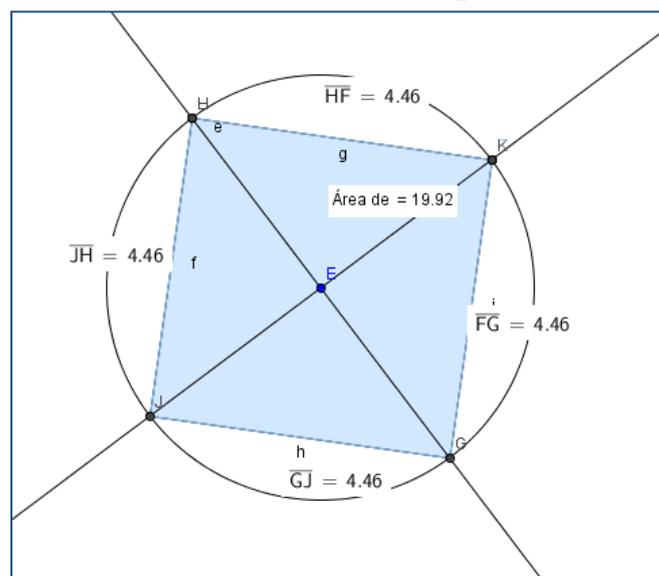
Figura 22: Investigando a área do quadrado no Geogebra.



Fonte: Silva e Oliveira, 2014, p. 246.

Para generalização das fórmulas a estagiária solicitou que fizessem a seguinte construção.

Figura 23: Testando a fórmula da área do quadrado no Geogebra.



Fonte: Silva e Oliveira, 2014, p. 247.

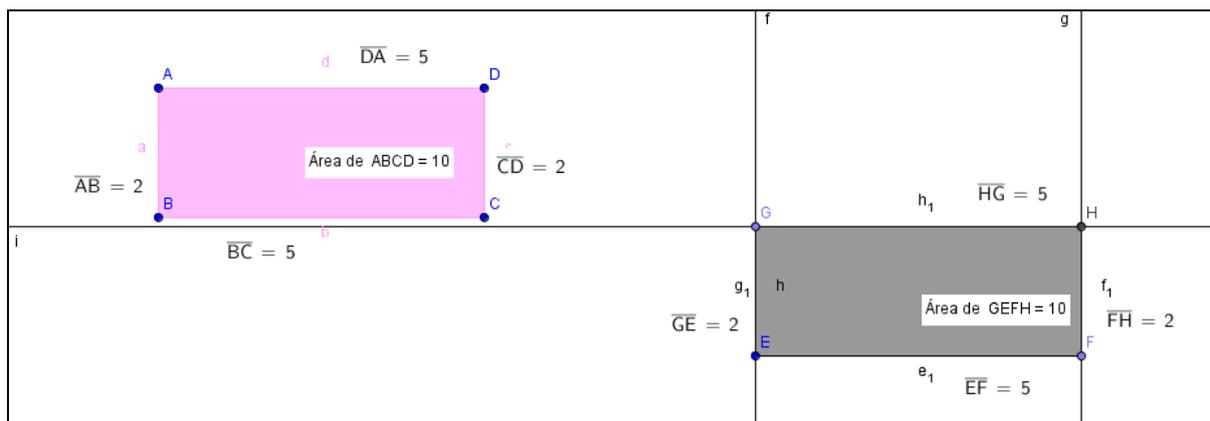
Na figura 23, movimentando um dos pontos de vértices do quadrado, altera-se a medidas dos lados e da área desse quadrado em função das medidas dos lados mantendo as propriedades originais. Por meio desta experimentação e análise das propriedades do quadrado os alunos "identificaram que as fórmulas do perímetro e área descobertas anteriormente valem para qualquer quadrado de lado n , generalizando que o perímetro de um quadrado de lado n é: $P = 4 \cdot n$ e a área deste quadrado é: $A = n^2$." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 247).

Concluíram as atividades a aula fazendo alguns cálculos práticos como consta no relato de experiência. Calcularam "as medidas dos lados da área da janela, da parede e do piso da sala de aula que eram exemplos de quadrados mais próximos que tinham. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 250). Para encerrar a atividade deste dia a estagiária fez uma breve discussão dos resultados das descobertas daquela aula e solicitou que os alunos anotassem em seus bloquinhos de anotações as formalizações das propriedades do quadrado bem como as formalizações dos cálculos da área e do perímetro. Pediu que anotassem primeiramente em forma de texto e a seguir em linguagem simbólica Matemática.

Na aula seguinte a questão de pesquisa foi: qual a definição de retângulo e como se calcula a medida da área e do perímetro de um retângulo?

Para as construções os retângulos, depois de algumas conjecturas levantadas e várias tentativas construíram os retângulos usando retas paralelas e perpendiculares conforme mostra a figura 24.

Figura 24: Construções e cálculo da área de retângulos usando o Geogebra.



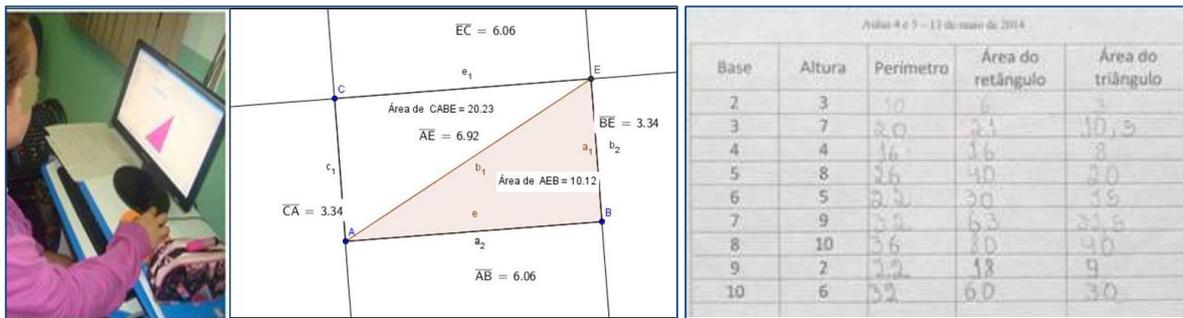
Fonte: Silva e Oliveira, 2014, p. 249.

De forma similar à usada para as formalizações das propriedades, do cálculo da área e do perímetro do quadrado, usando as movimentações e análises da construções no Geogebra, associadas as anotações e uma tabela foram desenvolvidas as experimentações que

possibilitaram os alunos chegarem a formalização de que o retângulo é um polígono que possui os quatro ângulos retos e a formalização e generalização de que o perímetro de um retângulo de base n e altura h é $P = 2 \cdot h + 2 \cdot n$ ou $P = 2 \cdot (n + h)$ e que a área desse retângulo é $A = n \cdot h$.

Para o estudo do triângulo foi solicitado dos alunos que desenhassem um triângulo usando dois lados e a diagonal do retângulo e em seguida calculassem a base, a altura e a área do triângulo formado conforme pode ser observado na figura 25. A estratégia usada para a experimentação foi a de completar a tabela a partir da análise das construções.

Figura 25: Investigando a área de triângulos no Geogebra.



Fonte: Silva e Oliveira, 2014, p. 249.

Depois das novas experimentações com valores inteiros e decimais para o comprimento da base e da altura os alunos chegaram à generalização de que a área de qualquer triângulo pode ser sempre calculada pela fórmula: $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a "formular questões e procurar explicações. O convite é simbolizado por seus "sim, o que acontece se...?". (SKOVSMOSE, 2008, p. 21). Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração." O cenário criado pela professora, quando apresentava as questões investigativas, quando mediava as experimentações e o ambiente dinâmico proporcionado pelo Geogebra fizeram com que os alunos se sentissem instigados a buscarem respostas para questões Matemáticas apresentadas.

Os alunos envolveram no processo, se sentiram verdadeiros investigadores buscando pistas e argumentos que levassem à descoberta das respostas. "Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo." (SKOVSMOSE, 2008, p. 21).

O ambiente dinâmico e interativo do Geogebra possibilitou, conforme já destacou destaca Cruz (2005) que o grupo analisasse os objetos construídos permitindo visualizações das propriedades destes objetos e de outras propriedades relacionadas a estas figuras.

Após as investigações os fizeram o relatório das últimas formalizações e resolveram exercícios práticos para contextualizar os cálculos de área em problemas que representassem situações cotidianas dos alunos.

De acordo com Skovsmose (2001) o ensino de Matemática em uma visão crítica poderia ser voltado para o educar matemático em que o educar matematicamente teria com objetivo central levar os alunos a compreender as situações do cotidiano utilizando os conhecimentos matemáticos construídos para solucionar problemas da vida. As contextualizações realizadas nas atividades práticas foram importantes para os alunos perceberem que os conteúdos aprendidos fazem parte dos seus cotidianos e poderão ser utilizados para solucionar problemas do dia a dia.

A condução da aula esteve de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) quando afirmam que em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não quer dizer que tenha que se lidar apenas com problemas sofisticados e difíceis. Quer dizer sim, que os problemas para os quais se busca respostas, devem ser interessantes para quem buscar resolvê-los. Logo, "investigar não representa obrigatoriamente trabalhar com problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2013, p. 9). Ressaltando ainda que é necessário que os problemas estejam adequados ao nível da turma, que pode ser de nível básico inicial ou de nível superior universitário ou em nível de pós-graduação.

- A discussão dos resultados

Conforme relata a estagiária a turma fez no final da atividade o compartilhamento das experiências em que "os alunos mostram para os colegas as figuras construídas e como foram descobrindo cada informação. Como foram identificando *as pistas* nas investigações durante as que fizeram construções no Geogebra até chegarem à confirmação dos fatos." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 250). Na fase final do trabalho é necessário que o professor "promova um diálogo com os alunos enquanto estes estão executando a atividade e os encoraje a discutir com outros grupos em sala de aula. O papel do professor na etapa de discussão final do trabalho é outra questão relevante." (CORRADI, 2011, p. 10). Nesta ideia a

estagiária conduziu a discussão dos resultados conforme pode ser observado no diálogo entre professora e alunos.

Silva: *Agora que estamos concluindo, gostaria de saber o que mais gostaram de fazer como investigadores matemáticos.*

Aluna F: *Eu gostei quando descobri que um polígono para ser quadrado não é bastante ter só quatro lados iguais, precisando também ter os ângulos retos.*

Aluna A: *Gostei de usar o Geogebra, para fazer as contas do cálculo das áreas e perímetros das figuras geométricas. Eu fazia desenho e mandava-o fazer a conta e ele fazia. Não precisava eu ficar somando lado, mais lado, mais lado, mais lado, para saber o perímetro.*

Aluno D: *Eu nunca tinha parado para pensar que um triângulo é a metade de um retângulo. Tudo ficou mais fácil de ver agora.*

Silva: *Conte-nos uma situação fora da escola em que podemos usar a Investigação Matemática para resolver um problema.*

Aluno G: *Eu acho que eu usei esta semana para construir uma rampinha de skate no quintal lá de casa. Eu fiz com um ângulo grande e ficou alta demais, não dava tempo de eu sair e já caía. Então eu diminuí o ângulo, aí deu certo.*

Aluno N: *Para fazer o muro do lote meu pai precisou saber quantos tijolos comprar. Agora já dá para saber antes de ir à loja de Cerâmica comprar o material.*

Durante as discussões dos alunos se valorizou as suas estratégias e construções utilizadas nas resoluções dos problemas. E assim a estagiária contemplou em sua mediação pedagógica o que sugere Ponte; Brocar e Oliveira (2013) quando afirmam que para finalizar a aula a "fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2013, p. 41). Esta foi uma etapa importante para em que os conhecimentos produzidos individualmente ou em grupo fossem partilhados com toda a turma.

6.5.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

Ao elaborar esta atividade a estagiária se propôs a desenvolver um conteúdo que faz parte do programa da professora regente para a turma e as aulas aconteceram no contra turno para os alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem dentro do horário normal de

aula. A professora da turma participou da escolha do conteúdo e do planejamento, contudo não acompanhou as aulas porque no mesmo horário em que elas aconteciam, ela ministrava aulas para outra turma. Isto foi um ponto negativo, visto que, apesar da professora participar do planejamento e da avaliação dos relatórios produzidos pelos alunos durante as aulas, ela não participou efetivamente do desenvolvimento da atividade.

Nas aulas da estagiária os alunos trabalharam alternando atividades hora individuais, hora em grupos. Durante e ao final de cada atividade produziam um pequeno texto em que registravam o que aprendiam e as formalizações realizadas. Estes relatórios foram avaliados posteriormente para verificar as aprendizagens dos alunos em relação ao conteúdo. Foram utilizados também pela estagiária para analisar sua própria mediação pedagógica no desenvolvimento da Investigação Matemática com Geogebra.

A análise destes relatórios, das atividades desenvolvidas em sala de aula, as construções no Geogebra, as falas dos alunos durante o desenvolvimento das atividades evidenciam boa participação e envolvimento dos alunos na realização das tarefas. Evidenciam também que estes vivenciaram todas as fases peculiares da Investigação Matemática participando da elaboração dos problemas e questões de investigação, elencando conjecturas e hipóteses, discutindo, experimentando e formalizando conceitos matemáticos.

Os desafios da estagiária estiveram em organizar as atividades de tal forma que tantos os alunos com maiores dificuldades no conteúdo quanto àqueles que já tinham mais conhecimentos pudessem investigar passando por todas as fases até a formalização Matemática dos conceitos. Utilizar a linguagem simbólica para representar conceitos geométricos também foi um desafio, visto que, de acordo com depoimento da própria professora da turma, esta não era ainda uma linguagem pouco explorada em sala de aula.

Os alunos apresentaram alguma dificuldade com conceito e o sinal de congruência e com a nomenclatura dos elementos formadores dos polígonos como os nomes dos vértices, dos ângulos e dos seguimentos que formam os lados. Entretanto, as dificuldades foram sendo superadas durante o desenvolver das investigações e produções dos relatórios.

A gestão do tempo, não foi uma dificuldade, visto que, as aulas aconteceram todas em dois tempos de cinquenta minutos, o que permitiu que todas as tarefas pudessem ser introduzidas, realizadas e discutidas dentro do tempo das aulas. Isto vem a confirmar o que diz Fonseca; Brunheiras e Ponte (1999, p. 09) quando afirmam que "seria conveniente realizar o trabalho com investigações em aulas de duas horas, pois isso permitiria que a fase de discussão tivesse lugar na segunda hora, ou em parte dela."

Isto porque, segundo estes estudiosos, no desenvolvimento de aulas investigativas são frequentes a atividade de investigação acontecer em uma aula e a discussão apenas na próxima aula "o que dificulta o arranque da discussão final, pois os alunos, de uma aula para a outra, já não se lembram tão bem daquilo que fizeram e, de uma maneira geral, os registros escritos não são suficientemente ricos para ajudá-los. (Ibid. p. 09).

A mediação pedagógica da estagiária na condução das aulas permite afirmar que a Investigação Matemática com o Geogebra ocorreu conforme caracterizada por Ponte; Brocardo e Oliveira. Na mediação pedagógica da estagiária Silva podem ser identificadas todas as três etapas de introdução do assunto, investigação ou experimentações e discussão dos resultados que devem ser contempladas durante o desenvolvimento da atividade investigativa. Os alunos participaram da busca da construção de um tipo de fazer e pensar matematicamente por meio da elaboração dos problemas, elaboraram conjecturas, fizeram experimentações e formalizaram conceitos geométricos.

A estagiária na gestão da aula administrou satisfatoriamente os imprevistos, que como afirma Ponte; Brocardo e Oliveira (2013), são muito comuns acontecerem, replanejou a aula tanto para administrar tais imprevistos como também para atender à dificuldades específicas sobre o conteúdo que foram surgindo durante as aulas.

Os alunos participaram ativamente das aulas, discutiram as descobertas que fizeram, formalizaram conceitos, fizeram representações dos conceitos em linguagem simbólica e finalmente desenvolveram sem dificuldades os problemas de contextualização do conteúdo em situações cotidianas. Foram capazes de usar as aprendizagens da sala de aula para resolver problemas comuns do cotidiano que conforme afirma a estagiária eram "problemas desafiadores em que fosse necessário recorrerem aos conceitos aprendidos para resolverem." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 250). Destacando que buscou "contextualizar os cálculos de área em problemas que representassem situações cotidianas dos alunos." (Ibid.). A capacidade dos alunos de resolver tais problemas demonstra que aquilo que eles estudaram tem significado diante dos problemas da realidade.

Assim a condução didática da atividade está também de acordo com Pais (2002, p. 28) quando afirma que "uma forma de dar sentido ao plano existencial do aluno é através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, fazendo com que aquilo que ele estuda tenha um significado autêntico e por isso deve estar próximo a sua realidade." Para este autor a contextualização do saber deve ocupar destaque na ação pedagógica dos professores da atualidade para que os alunos sejam capazes de vincularem os conteúdos estudados em sala de

aula com contextualizações compreensíveis por eles, até mesmo quando essa contextualização se dá no próprio campo da Matemática.

6.6 A mediação pedagógica no Projeto A Investigação Matemática com o Geogebra no estudo das propriedades dos paralelogramos especiais

O objetivo foi da pesquisa do estagiário *Cruvinel*, foi analisar a Investigação Matemática com o Geogebra para o ensino das propriedades de polígonos em uma turma de alunos do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Iporá. A pergunta que se buscou responder foi: a Investigação Matemática com o *software* educacional Geogebra favorece o ensino de propriedades de polígonos para alunos do quinto ano?

6.6.1 A mediação pedagógica do estagiário

O projeto desenvolvido pelo estagiário *Cruvinel* se desenvolveu em parceria com a professora orientadora de Estágio Supervisionado da Universidade Estadual de Goiás, Campus Iporá e as atividades pedagógicas foram elaboradas coletivamente nos encontros do grupo de estudo e pesquisa formado pelos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática.

Participaram voluntariamente do projeto, 10 alunos do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Iporá/GO. Os alunos têm idade entre oito e dez anos, moram todos nas proximidades da escola. Segundo o estagiário os alunos participantes "são disciplinados, curiosos, gostam de realizar trabalhos em grupo, demonstraram gostar da escola e ter bom relacionamento com professora de Matemática titular da turma e com os colegas." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 148).

De acordo com o estagiário a atividade se desenvolveu com a utilização da Investigação Matemática com o Geogebra no estudo dos conteúdos de Matemática em que "por meio da mediação do professor os alunos pudessem vivenciar os momentos que identificam a investigação passando pelas fases de visualizar, explorar, fazer conjecturas e refletir, sobre suas propriedades e conceitos." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 149). As suas análises aconteceram a partir de observação de situações de salas de aula conforme Ponte (2004), quando selecionou e analisou um conjunto de acontecimentos relacionados aos momentos da introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados e fizemos análise das atividades investigativas. O artigo final produzido foi um instrumento importante

utilizado para obtenção de informações sobre as peculiaridades da Investigação Matemática presentes na mediação pedagógica do estagiário.

- A introdução do assunto

Uma aula de Investigação Matemática se inicia com a introdução do assunto que "abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2006, p. 20). Este é o momento em que o professor apresenta o tema para a turma e apresenta a questão a ser investigada. É o momento ideal também para o professor diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos para detectar o nível de conhecimento que possuem sobre o assunto. Este diagnóstico é importante para a condução didática da aula oferecendo ao professor informações que possam auxiliar na proposição da questão de pesquisa e também para detectar a necessidade ou não da revisão de conceitos pré-requisitos para a investigação dos alunos.

A aula do estagiário Cruvinel teve início como ele mesmo afirma "o objetivo da atividade foi motivar os alunos para o estudo da Geometria e identificar os seus conhecimentos prévios sobre o assunto." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2013, p. 149). Apresentou para os alunos um Jogo de Tangran. Em seguida iniciou uma conversa com os alunos sobre o jogo, suas peças e sua origem e história. Ao contrário de entregar jogos prontos para os alunos jogarem, propôs que construíssem seus próprios jogos usando papéis coloridos. Enquanto os alunos construía e enquanto jogavam o Tangran fazia questionamentos sobre as peças que iam se formando, detectando que os alunos sabiam sobre suas características e propriedades e oferecendo informações que poderiam ser importantes quando fossem realizar suas investigações. A figura 26 mostra os alunos no momento do jogo.

Figura 26: Construção de Tangrans de papel.



Após o jogo o estagiário, identificando que o tempo da aula estava terminando, não fez a apresentação da questão de investigação, solicitou apenas que os alunos "fizessem um comentário oral e registro no caderno sobre o que aprenderam ao realizar as atividades." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2013, p. 149).

Apesar da sua inexperiência na atuação em sala de aula, a condução didática da aula demonstra que o estagiário estava preparado para o imprevisto do término do tempo da aula que pode acontecer sem que todas as atividades planejadas sejam concluídas. Durante a aula de Investigação Matemática "é fundamental que o aluno se sinta á vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas." (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2013, p. 28). E para que isto seja garantido é preciso estar preparado para o replanejamento da aula durante o seu próprio acontecimento.

Na segunda aula, como a questão de pesquisa não havia sido apresentada na aula anterior, o estagiário optou por não apresentá-la logo no início. Preferiu explorar com os alunos os recursos e ferramentas do Geogebra, visto que não conheciam o *software*.

A aula se realizou no laboratório de informática da escola que é pequeno, ocupando uma área de aproximadamente vinte metros quadrado. Estava em boas condições de funcionamento, contudo possui apenas dez computadores. Para esta turma que é composta de dez alunos a quantidade de máquinas foi a ideal, permitindo o desenvolvimento de atividades em grupo e atividades individuais. Entretanto, a escola possui turma com mais de trinta alunos, o que dificulta muito o trabalho dos professores quando realizam aulas no ali. No entanto, diferente das escolas estaduais de Iporá, as escola municipais, como esta, conta com um dinamizador no laboratório com a função de auxiliar o professor desde o planejamento até a realização das aulas auxílio pedagógico e técnico.

No início da segunda aula, o estagiário apresentou aos alunos o *software* Geogebra, explorando juntamente com eles os recursos e ferramentas do ambiente dinâmico do programa. Conforme relato do estagiário, durante a aula propôs-se desafios que pudessem fazer os alunos lembrarem os conceitos de polígonos, polígonos regulares, vértices e ângulos internos e externos, entre outros.

Em sua autoavaliação relatou que "durante a aula ficou perceptível que a professora da turma já usara outros *softwares* de Matemática em suas aulas." (CRUVINEL, 2014.). O fato de os alunos já estarem habituados a desenvolverem tarefas usando *softwares* de Matemática contribuiu para que as atividades propostas para serem desenvolvidas com o Geogebra fossem compreendidas e executadas facilmente. Facilidade esta, que também pode

ser atribuída ao fato de o Geogebra ser um *software* de fácil manuseio, com área de trabalho e ferramentas bem simples e acessíveis. (OLIVEIRA; GUIMARÃES E ANDRADE, 2012).

Foi solicitado para os alunos que durante a aula fosse anotando os conceitos geométricos novos que fossem aprendendo. O estagiário também fez as suas anotações. Em relação aos conceitos matemáticos as atividades desenvolvidas e as anotações feitas pelo grupo evidenciam que os alunos e mesmo o estagiário apresentam dificuldades em formalizar e comunicar as ideias e conceitos geométricos na sua forma simbólica. Tanto alunos como estagiário conseguiam explicitar com clareza os conceitos aprendidos quando se expressavam oralmente. Contudo, no caso da descrição escrita dos mesmos conceitos demonstravam pouca habilidade para representar simbolicamente os conceitos geométricos.

Como exemplo pode-se citar o caso da aluna M que verbalmente conceituou polígono regular como "uma figura geométrica que possui os lados congruentes". No entanto quando solicitado que criasse um polígono regular e o representasse justificasse porque poderia ser chamado de polígono regular usando linguagem Matemática simbólica, construiu um pentágono de vértices A, B, C, D, E, como representação geométrica de um polígono regular e justificou "este pentágono é um polígono regular porque os lados $AB = BC = CD = DE = EA$ e os ângulos $\hat{A}OB = \hat{B}OC = \hat{C}OD = \hat{D}OE = \hat{E}OA$." Na representação simbólica usou o símbolo de igualdade para representar congruência, o que demonstra sua pouca habilidade em demonstrar simbolicamente o conceito de polígono regular.

Entretanto, também o estagiário apesar de ter representado corretamente no quadro a definição de polígono regular, repetidas vezes afirmou para a turma que "um polígono diz-se regular se tiver todos os seus lados e ângulos idênticos, sejam eles internos ou externos." Quando na Geometria Euclidiana não existem triângulos "idênticos", mas sim congruentes. Logo a definição correta que o estagiário deveria ter apresentado seria definir um polígono regular como sendo todo polígono convexo que deve ter duas características que são: possuir todos os seus lados têm a mesma medida (ou seja, são congruentes) e todos os seus ângulos internos têm a mesma medida (ou seja, são congruentes).

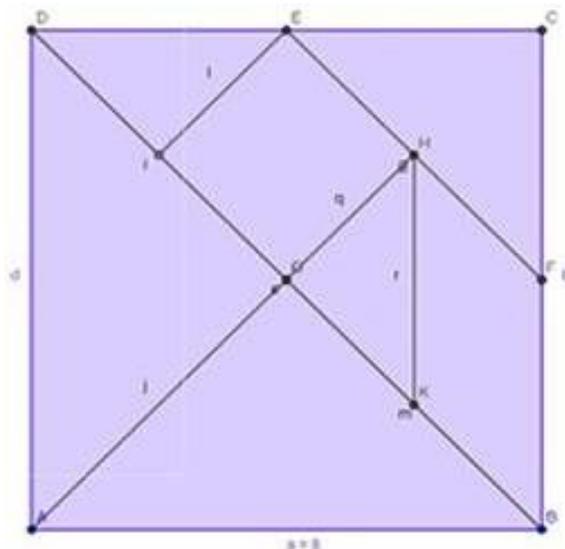
Definições incorretas feitas pelo professor induzem o aluno a formação de conceitos errados e representações simbólicas também equivocadas. (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2013). O uso do sinal de igual para representar a congruência dos lados do polígono regular pode ser pela sua própria dificuldade com representações simbólicas, porém, pode ter sido induzida a representar congruência como igualdade por ouvir o professor fazer a definição de lados congruentes como sendo lados idênticos.

- A fase das experimentações

A apresentação do problema e a investigação sobre as propriedades dos polígonos se deram na terceira aula. Inicialmente o estagiário explicou o que é uma Investigação Matemática e o significado de algumas palavras como conjecturar, experimentar, formalizar que poderiam ser desconhecidas para os alunos.

Solicitou aos alunos que os alunos construíssem a imagem geométrica do jogo de Tangran usando os recursos do Geogebra. Foi um momento rico de aprendizagens em que os alunos puderam trocar informações entre os colegas, tornando a construção do jogo uma atividade coletiva. Como afirma o estagiário "nesse momento relembrou conceitos como o de: ponto médio, semelhança de triângulos, retas paralelas, perpendiculares e concorrentes, área e perímetro de triângulos e quadriláteros e relações entre medidas dos comprimentos dos diferentes segmentos de reta figuras que constituem o Tangran.

Figura 27: Tangran construído no Geogebra.



Fonte: Arquivos do estagiário.

Depois de construído o Tangran conforme mostra a figura 27 o estagiário fez a seguinte pergunta: Qual das figuras que compõem o Tangran é um quadrado? Logo eles identificaram corretamente a figura quadrada.

O estagiário fez outra pergunta:

Cruvinel: *Se basearam em que propriedades desta figura para afirmarem que se trata de um quadrado?*

Por meio desta pergunta os alunos estabeleceram o seguinte diálogo, que nesse caso, como processo de argumentação, auxiliou na construção do saber pensar e fazer Matemática possibilitando a aquisição da linguagem Matemática.

Aluno A: *Porque todos os seus lados são iguais.*

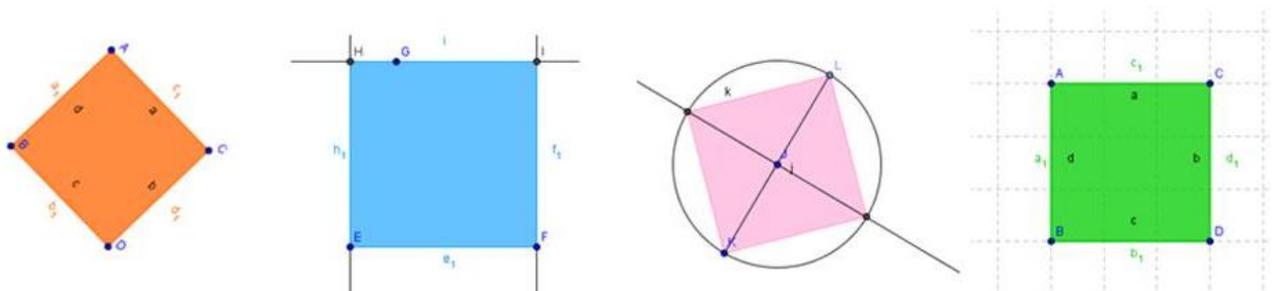
Aluna S: *Mas o pentágono que desenhamos na aula passada tinha todos os lados iguais e não era um quadrado, era um polígono regular.*

Aluna G: *Em geometria a gente não fala que os lados são iguais, a gente diz que os lados são congruentes. Eu acho que quadrado é quando tem quatro lados congruentes.*

Cruvinel: *Então vamos construir um quadrado usando o Geogebra? Mas quero que façam um quadrado exatamente igual a este do Tangran. Com as mesmas medidas dos lados e dos ângulos.*

Os alunos mediram os lados e ângulos do quadrado do Tangran usando as ferramentas do Geogebra e logo em seguida começaram as suas construções.

Figura 28: Estratégias diferenciadas para a construção de um quadrado no Geogebra.



Fonte: Cruvinel e Oliveira, 2014, p. 152.

A figura 28 mostra como os alunos usaram estratégias diferentes em suas construções. Conforme descreve o estagiário em seu relato de experiência:

Alguns se lembraram que o quadrado é um polígono regular e usou a ferramenta polígono regular para construí-lo. Nesse caso as suas dificuldades estiveram em fazer com que as medidas dos lados ficassem iguais as do quadrado do desenho do Tangran. No desafio que propusemos o novo quadrado deveria ter as mesmas medidas de ângulos e lados.

Alguns alunos conseguiram fazer a construção por tentativa e erro usando a ferramenta *polígono*. Fizeram a figura, mediram os lados e ângulos e por tentativa foram movendo os pontos de vértices da figura até que cumprissem o desafio.

Alguns alunos desenharam com o auxílio das ferramentas *retas perpendiculares*, *distância*, *comprimento*, *retas paralelas* e a ferramenta que mede o ângulo. (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 152).

Depois de construídos os quadrados, o estagiário perguntou se sabiam dizer por que suas figuras poderiam ser chamadas de quadrados. Todos os alunos afirmaram que era porque

as figuras tinham quatro lados iguais. Então o estagiário pediu que criassem uma caixa de texto no Geogebra, ao lado da figura construída e escrevessem nela a definição de quadrado.

Dois alunos afirmaram que o quadrado é um polígono regular de quatro lados. Dois alunos afirmaram que o quadrado é uma figura geométrica que possui quatro lados iguais. Três afirmaram que o quadrado é uma figura geométrica que possui quatro lados congruentes. Apenas uma aluna escreveu a definição em linguagem simbólica afirmando que: o meu polígono A, B, C, D é um quadrado porque $AB = BC = CD = DA$.

Analisando a formalização do conceito de quadrado que os alunos fizeram, nenhuma delas define corretamente o quadrado. Nenhuma das formalizações faz referência à medida de noventa graus dos ângulos. O uso da palavra ou símbolo de igual para definir a congruência dos lados, tanto nas formalizações textuais quanto na formalização simbólica mostra que ainda não assimilaram o conceito de congruente.

Percebendo que os alunos ainda não conseguiram formalizar corretamente o quadrado, o estagiário passa nova atividade para os alunos.

pedimos então para os alunos retornarem a malha quadriculada e ajustarem seu quadrado com os pontos da malha. Anotarem as novas medidas. Depois movessem os pontos de vértices ajustando a outros pontos da malha, com a condição de que se mantivesse a forma da quadrada da figura. Perguntamos aos alunos: Quando se aumenta ou diminui o tamanho da forma quadrada o que acontece com as medidas dos ângulos? E o que se percebe em relação à medidas dos lados? (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 152).

A condução didática da atividade, feita pelo estagiário, mostra que o estagiário esteve ciente do seu papel como orientador do trabalho investigativo dos alunos. Segundo Fonseca; Brunheiras, Ponte (1999) ao se desenvolver um trabalho investigativo o que se deseja é que os alunos tenham atitudes investigativas. Assim, a função orientadora do professor deve ser a de fornecer e promover reflexões, instigando a busca de resposta. A atividade de investigação deve ser feita pelos próprios alunos a partir de suas ideias e de suas pesquisas. A forma de conduzir as perguntas e novas informações que possam apoiar a pesquisa deve acontecer com o intuito de estimular o pensamento, os novos questionamentos, o levantamento de novas conjecturas e novos testes que levem a formalização esperada é determinado pela mediação pedagógica do professor.

Com esta atividade os alunos chegaram a formalização do quadrado como sendo um polígono que possui quatro lados congruente e quatro ângulos retos. Alguns definiram o quadrado como um retângulo que possui quatro lados congruentes, identificando o quadrado

como sendo uma figura retangular. Contudo a palavra igual para expressar a congruência dos lados ainda foi usada por alguns alunos.

A seguir os alunos fizeram a formalização das propriedades dos quadrados usando linguagem simbólica. Parte deles apresentou dificuldade com a representação Matemática simbólica e foram acompanhados individualmente até concluírem suas formalizações.

O estagiário percebendo que os alunos definiam o quadrado como sendo uma figura retangular, lançou nova questão: Vocês afirmam que o quadrado é um retângulo de lados e ângulos congruentes. Qual é então a definição do retângulo?

As respostas indicavam que identificavam o retângulo como sendo uma figura geométrica que possui todos os ângulos retos, contudo, buscavam outras propriedades.

Aluno A: *Uma figura com ângulos retos e os lados paralelos iguais.*

Aluna S: *Uma figura geométrica que tem os ângulos de 90° , mas não tem os lados iguais.*

Aluna G: *Uma figura geométrica que tem quatro ângulos de 90° , duas diagonais iguais e os lados que são paralelos são iguais.*

Como relata o estagiário Cruvinel (2014, p. 153) "todas as conjecturas afirmavam que os ângulos do retângulo medem 90° ou são retos. A dificuldade na formalização era em relação aos lados." A atividade proposta a seguir foi:

repetimos as experimentações anteriores analisando o retângulo até concluírem que a formalização do retângulo enunciada somente em função da existência dos quatro ângulos de 90° já era suficiente e que o quadrado era um retângulo especial. E que em ambos as diagonais são congruentes e se interceptam nos pontos médios de cada uma. (Ibid.).

Nas aulas seguintes os processos investigativos utilizados para os alunos definirem as propriedades do losango e do triângulo equilátero foram similares aos usados para a definição das propriedades do quadrado e do retângulo. Assim os alunos fizeram a definição das propriedades de todas as figuras das peças do Tangran.

Para finalizar o estagiário pediu que os alunos "descrevessem as peças do Tangran com objetivo de reconhecer as formas geométricas envolvidas por meio da redação de um texto que usasse linguagem textual e Matemática simbólica." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154). A figura 29 mostra os alunos no momento da produção do relatório final.

Figura 29: Alunos produzindo o relatório no projeto sobre propriedades dos polígonos.



Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Pela análise dos textos finais produzidos pelos alunos identifica-se que a dificuldade com o conceito de congruência foi superada, visto que esta palavra passou a ser usada corretamente nas definições dos alunos. As dificuldades foram em relação a expressão simbólica das propriedades das formas geométricas das peças do jogo de Tangran.

Para Costa (2012, p. 29) "o fator diferença para o processo educativo não são apenas os instrumentos usados, mas fundamentalmente a ação e a postura do professor." Passadas as primeiras aulas, a condução das atividades indica que o Geogebra foi manuseado com facilidade pelos alunos do quinto ano e contribuiu para que caracterizar os polígonos por permitir que os alunos pudessem mover, aumentar, diminuir as figuras construídas sem que esta perdessem suas propriedades. Contudo, a condução didática da investigação realizada adequadamente pelo estagiário foi definitiva para que os alunos partissem de suas conjecturas iniciais, fizessem reflexões sobre os experimentos que iam realizando no *software* e assim chegassem às formalizações Matemáticas das propriedades dos polígonos estudados.

- A discussão dos resultados

Em relação ao momento da discussão dos resultados o relato do estagiário informa apenas que após a redação do texto fizeram "a discussão final dos resultados que foi um momento rico de troca de informações e experiências que possibilitou o esclarecimento de dúvidas que ainda restavam." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154). Não traz detalhes sobre como se deu tal discussão.

Pela redação do relato de experiência identifica-se que o estagiário não atribuiu muita importância a este momento da investigação. Apesar de afirmar que foi um momento rico de troca de informações e de experiências e que possibilitou o esclarecimento de dúvidas, não relata como se deu o debate, quais pontos foram destaques e quais dúvidas foram

esclarecidas.

Entretanto, analisando a realização da discussão dos resultados realizada na aula foi possível identificar que no momento do debate o estagiário conduziu bem a investigação valorizando os pontos relevantes destacados pelos alunos, permitindo que expressassem suas ideias e comunicassem as estratégias utilizadas durante as atividades. A figura 30 mostra o momento da discussão dos resultados.

Figura 30: A discussão dos resultados no projeto sobre propriedades dos polígonos.



Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

As principais dúvidas que ainda restavam eram em relação à representação simbólica das propriedades dos polígonos. E estas foram amenizadas quando o estagiário solicitou que os alunos fosse ao quadro escreverem as suas formalizações foram fazendo coletivamente as correções necessárias.

6.6.2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

As dificuldades apresentadas pelo estagiário na condução didática da Investigação Matemática dos alunos se restringiram às aulas iniciais. O estagiário destaca em sua autoavaliação sua dificuldade dizendo que "a falta de experiência me impediu de tomar as decisões certas e de intervir adequadamente em cada situação." (CRUVINEL, 2014). Durante os encontros do Grupo de estudo destaca ainda as dificuldades no uso do tempo para o cumprimento do plano de aula, afirmando que "as vezes os alunos demoravam a chegar na formalização esperada e isto me deixava ansioso e com a sensação de que se tivesse dando aula expositiva no quadro o conteúdo renderia muito mais." (CRUVINEL, 2014).

Lembra que na sua autoavaliação "uma dificuldade foi com a falta de material na escola, que obrigou a adequação do planejamento." (CRUVINEL, 2014). A ideia inicial era que os alunos explorassem jogos de Tangran prontos, no entanto como a escola não dispõe

destes jogos foi necessário adequar à realidade, fazendo a construção dos jogos em papel, com os próprios alunos.

Relata que "o laboratório de informática possui poucos computadores e as vezes nem todos funcionam, o que dificulta a realização de atividades individuais." Contudo afirma que sua maior dificuldade foi "lidar com o fato de que parte dos alunos tinham maior facilidade e chagavam primeiro que os outros aos resultados e formalizações e ficavam ansiosos para mostrarem suas estratégias de resolução." (Ibid.). Nesse caso a estratégia que utilizada foi colocar os alunos que terminavam primeiro para auxiliarem os outros colegas. Contudo mesmo deixando claro que eles só poderiam tirar dúvidas em relação as ferramentas do Geogebra, tinham que deixar os outros descobrirem as respostas sozinhos, em alguns casos, ansiosos por mostrarem o que tinha descoberto, acabavam por dar a resposta pronta para os colegas.

Entretanto, analisando a condução didática da aula, uma dificuldade que não foi destacada pelo estagiário foi as sua própria dificuldade inicial em expressar corretamente, na forma verbal, os conceitos geométricos. Como exemplo pode-se citar quando inicialmente definiu o polígono regular como sendo aqueles que tiverem "todos os seus lados e ângulos idênticos, sejam eles internos ou externos." Utilizando a palavra "idênticos" para expressar a congruência.

Concluindo é importante destacar que apesar das dificuldades iniciais na condução das investigações os resultados foram positivos. O bom êxito desta atividade esteve no fato de que tanto alunos, quanto estagiário estarem conscientes de quais eram os seus papéis durante as aulas. Os alunos colaboraram e cooperaram entre si e com o professor durante as resoluções das tarefas. O professor, apesar de conhecer pouco a turma e da sua inexperiência na docência e de estar trabalhando pela primeira vez em sala de aula utilizando a Investigação Matemática com o Geogebra, a cada aula se mostrou mais preparado e seguro quanto as decisões que precisavam serem tomadas e de como conduzir o desenvolvimento das tarefas.

6.7 A mediação pedagógica no Projeto a Investigação Matemática com o *software* Geogebra no estudo da Geometria Fractal

Esta pesquisa da acadêmica *Bueno* teve por objetivo analisar os papeis do professor e do aluno em uma aula de Investigação Matemática com *software* Geogebra para o estudo das iterações de alguns Fractais. Analisa uso da Investigação Matemática com o *software*

Geogebra para o ensino do conteúdo de Geometria Fractal numa perspectiva de que o aluno constrói o seu próprio conhecimento.

6.7.1 A mediação pedagógica da estagiária

A pesquisa realizou-se em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Iporá/GO durante a regência do Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática/2014. As análises das aulas experimentais se deram a partir da observação dos acontecimentos da sala de aula, da participação dos alunos, dos relatórios produzidos e das produções no Geogebra.

- A introdução do assunto

No arranque da aula a estagiária faz a introdução do assunto Geometria Fractal e desenvolve com os alunos a primeira investigação sobre as construções das primeiras iterações dos Fractais. Antes de introduzir o termo Geometria Fractal, inicia a aula lembrando alguns conceitos de Geometria Euclidiana como as definições de ângulos, seguimento de retas, polígonos convexos, polígonos regulares e não regulares, ponto médio, mediatriz, bissetriz, etc.

Explorou também um pouco da história da Geometria Euclidiana enfatizando que esta é uma geometria que tem como base os postulados de Euclides de Alexandria. Contou um pouco da história de Euclides e enfatiza que o estudo da geometria Euclidiana, como todos os outros estudos de Matemática surgiu da necessidade de se compreender o mundo que nos rodeia e da possibilidade de se utilizar de tais estudos em favor da resolução de problemas do cotidiano. Destacou como a Geometria Euclidiana se ocupa em estudar as formas e as ligações algébricas e as conexões existentes se fundamentando na ideia intuitiva de ponto que dá origem às ideias de retas e planos, que representam conjuntos infinitos destes pontos.

Partindo da história da Geometria Euclidiana, fez-se a introdução do termo Geometria Fractal mostrando algumas imagens de Fractais e algumas destas formas que estão presentes na natureza. Apresentando como um ramo da Matemática os fractais, suas propriedades e comportamentos. Destacou que por existirem muitas situações que a Geometria Euclidiana não consegue explicar, falhando nas tentativas de se medir os tamanhos de alguns objetos, por exemplo, foi que surgiu então a Geometria Fractal, utilizada atualmente em várias áreas das ciências e tecnologias como a de computação por exemplo.

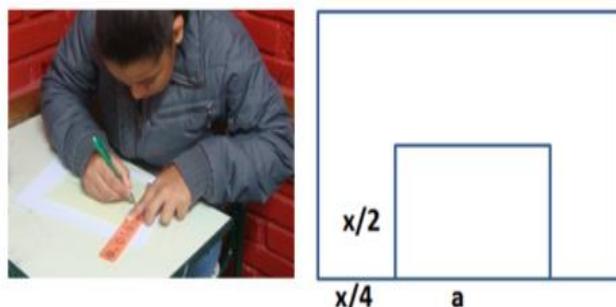
Diante da realidade de que o ensino de Matemática tem enfatizado a grande importância dos conhecimentos matemáticos na vida das pessoas sem, contudo, explicitar como tais conhecimentos podem contribuir para a vida cotidiana dos alunos ou prepará-los para utilizá-los para resolver problemas do dia a dia, esta introdução histórica, feita pela estagiária, foi importante por contribuir para que os alunos compreendessem como se deu a história, como evoluiu e quais necessidades provocaram a necessidade de se estudar e conhecer a Geometria. Visualizando historicamente como o estudo das formas no espaço direcionou para a necessidade de se dominar operações mentais e de se formalizar as ideias que deram origem ao rigor matemático para validar proposições criando a Matemática abstrata.

A primeira atividade proposta para os alunos foi a construção de um cartão fractal tridimensional denominado cartão fractal degraus centrais. No relato de experiência da atividade a estagiária relata que para a construção do cartão inicialmente mostrou-se a planificação de um cartão e a seguir entregou-se uma folha de papel colorido para que os alunos construíssem os seus cartões

pedindo para marcarem o ponto médio da folha, ao longo de sua altura, dobrando onde foi marcado, com a folha dobrada ao meio, fizessem dois cortes verticais simétricos a uma distância $\frac{x}{4}$ das extremidades da folha, considerando x a largura menor da folha de papel retangular, de altura $\frac{a}{2}$. E sugerimos que observassem que $a = 2 \times \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$. Em seguida dobrar o retângulo formado para cima, fazendo um vinco na dobra. Voltar o retângulo dobrado para a posição inicial e puxar o centro da figura em relevo obtendo a primeira iteração fractal. Dobrar novamente repetindo o processo agora sobre a primeira parte dobrada, porém em uma escala menor. Dobrar novamente o retângulo para cima, fazendo um vinco na dobra e voltar o retângulo dobrado para a posição inicial e puxe outra figura em relevo para que no cartão se identifique a primeira e a segunda iteração fractal. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 561).

A figura 31 mostra o início da construção do cartão degraus centrais.

Figura 31: O início da construção do cartão degraus centrais.



Fonte: Bueno; Oliveira e Andrade (2014, p. 561).

A seguir os alunos repetiram este processo sobre as partes dobradas sucessivamente em escalas menores obtendo iterações menores conforme pode ser observado na figura 32.

Figura 32: O cartão degraus centrais.

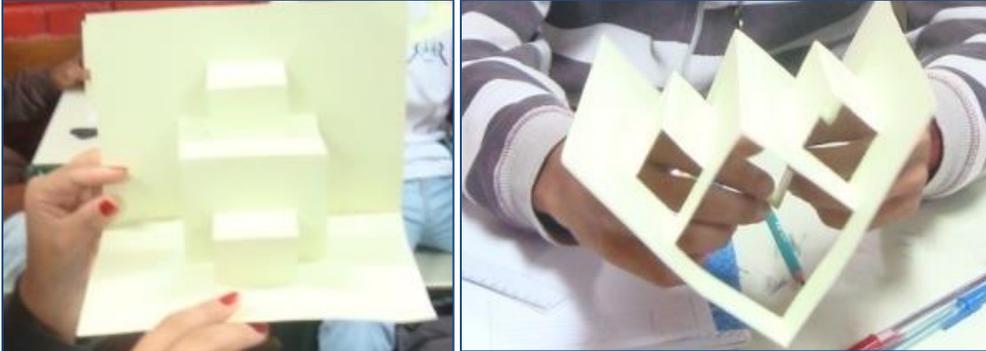


Figura 32: Arquivos da pesquisadora.

A construção do cartão degraus centrais serviu como ponte para a os questionamentos e argumentações que levaram a questão de investigação: se o cartão for maior e tiver mais dobras como calcular matematicamente quantos paralelepípedos novos teria cada interação?

Determinada a questão de investigação, a estagiária apresentou a proposta de trabalho para a turma e explicou os passos da Investigação Matemática que deveriam fazer, esclarecendo o significado de termos como conjecturar, experimentar, formalizar, generalizar que seriam usados durante o desenvolver das atividades seguintes. Deixou claro o que esperava dos alunos em cada fase da investigação e quais eram as expectativas de aprendizagens.

A fase da introdução da tarefa, conforme destaca Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) foi importante para que os alunos tomassem conhecimento do tema a ser estudado e relembassem conceitos geométricos pré-requisitos para a investigação da questão de pesquisa proposta pela estagiária. Foi essencial para que compreendessem a atividade que estava sendo proposta criando um ambiente de expectativa que favoreceu a continuidade do trabalho.

- A fase das experimentações

Para facilitar o entendimento de como se deram os momentos de experimentação foram organizados de acordo com as novas questões que iam surgindo durante as aulas ou sendo propostas pela estagiária, a fase das experimentações será dividida em partes:

- 1ª parte: A formalização do cálculo do número de paralelepípedos para cada iteração do fractal cartão de graus centrais:

A primeira fase da experimentação teve como ponto de partida a busca de resposta para a questão de investigação proposta que era descobrir como calcular o a quantidade de paralelepípedos tem cada uma das iterações de um cartão fractal de graus centrais. Primeiramente os alunos levantaram algumas conjecturas sem chegarem a nenhuma conclusão. A estagiária então solicitou que anotassem suas ideias em um bloco de notas. E que cada nova descoberta que fizessem também fossem anotadas no bloco.

Os alunos receberam também tabelas idênticas as usadas por Barbosa (2013), um pesquisador que desenvolveu uma atividade semelhante com alunos de uma escola.

Figura 33: Estratégia utilizada pela estagiária para formalização das interações de fractais.

Iteração	Nº de paralelepípedos novos	Iteração	Nº de paralelepípedos novos	Potência que calcula o nº de novos paralelepípedos
0	1	0	1	2^0
1	2	1	2	2^1
2	4	2	4	2^2
3	8	3	8	2^3
4	16	4	16	2^4
...
N	2^n	N	2^n	2^n

Fonte: Bueno; Oliveira e Andrade (2014, p. 563).

A utilidade da tabela representada na figura 33 foi facilitar a organização de dados e organizar as ideias no decorrer da investigação. Conforme Lorenzato, (2010, p. 96), destaca que em uma aula de Investigação Matemática os alunos em sala de aula "passam a observar, registrar e documentar atividades discutidas, relacionadas, e ideias importantes que surgem na investigação realizada, considerando as experiências, as conjecturas, os dados colhidos e aspectos relacionados à experimentação".

Os alunos, pela organização das informações sobre o nível da interação, a quantidade de paralelepípedos do mesmo nível e depois de pequena intervenção da estagiária com alguns questionamentos identificam a potência que calcula a quantidade de paralelepípedos naquele nível nas tabelas e formalizam a sequência $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^n$. "Durante o decorrer da aula o professor está constantemente a fazer a gestão da situação didáctica. Essa gestão assume uma forma mais visível em certas situações." (PONTE et al., 1998, p. 18). Nesse momento a estagiária estimulou os alunos a refletirem e falarem sobre as relações que percebiam nos dados organizados na tabela.

Esta intervenção foi positiva no sentido que levou os alunos a perceberem que poderiam sempre ter uma potência com base 2 como fator multiplicador e tendo n como o nível da iteração ou número de iterações. Assim depois de mais algumas discussões os alunos formalizaram que "o processo de construção dos paralelepípedos se dá por uma lei de potência $2n$, onde $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ é o número de iterações, e que seu fator multiplicador é 2, pois cada paralelepípedo é cercado por dois novos paralelepípedos." (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 563).

No momento da análise da formalização um dos alunos percebeu que a sequência encontrada era uma Progressão Geométrica, fazendo a ligação entre a formalização realizada com outro conteúdo já estudado na disciplina de Matemática. O questionamento que fez não estava previsto para aquela aula.

A condução da estagiária nesse momento demonstrou que tem bom conhecimento da metodologia de Investigação Matemática e apesar de não estar preparada para a demonstração algébrica da fórmula, recorreu à demonstração usada por Barbosa (2013) e solicitou ajuda da professora da turma para fazer a prova Matemática da fórmula. A seguir o relato da estagiária sobre como fez a demonstração para mostrar que realmente a fórmula encontrada trata-se de uma PG visto que, pelos valores da tabela, a quantidade de paralelepípedos novos a cada iteração pode ser representada por: 2^{n-1} .

Realmente trata-se de uma P. G. Na primeira iteração tem-se $2^{1-1} = 1$ paralelepípedo, na segunda iteração tem-se $2^{2-1} = 2$ paralelepípedos, na terceira iteração tem-se $2^{3-1} = 4$ paralelepípedos, na quarta iteração tem-se $2^{4-1} = 8$ paralelepípedos, na quinta iteração tem-se $2^{5-1} = 16$ paralelepípedos. E assim segue-se para outras iterações: $a_1 = 1$, $a_2 = 1 + 2$, $a_3 = 1 + 2 + 4$, $a_4 = 1 + 2 + 4 + 8$, ..., $a_n = 2n - 1$. Daí percebe-se que a relação é uma PG de razão igual $q = 2$. O termo geral dessa sequência é igual a soma S dos termos de uma PG onde $a_1 = 1$ e $q = 2$. Na primeira iteração tem-se: $S_1 = 1 \cdot \frac{2^1 - 1}{2 - 1}$, assim $S_1 = 1$. Na terceira iteração tem-se: $S_3 = 1 \cdot \frac{2^3 - 1}{2 - 1}$, assim $S_3 = 7$. Na quarta iteração tem-se: $S_4 = 1 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$, assim $S_4 = 15$. Logo para n iterações: $S_n = 2^n - 1$. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 564).

Esta situação confirma o que diz Ponte et al. (1998, p. 17) "durante a realização da actividade surgem, além disso, ocasiões para estabelecer conexões com outros conceitos matemáticos ou extra-matemáticos. Muitas vezes, será oportuno estabelecer essas conexões ou levar os alunos a reflectir sobre elas."

Lembrando que situações assim exigem do professor bom conhecimento matemático, capacidade de decisão e atenção para agir fazendo interferências nos momentos adequados.

Nesse momento a dificuldade da estagiária não foi quando a como lidar com a pergunta dos alunos ou a como deveria agir na condução da aula.

Suas dificuldades foram em relação ao conteúdo de Matemática. Esteve insegura e demonstrou nervosismos, teve que recorrer rapidamente à internet para encontrar a prova da fórmula e necessitou contar com ajuda da professora regente, o que não seria possível se estivesse sozinha em sala de aula com a turma.

Outro ponto que vale ser destacado foi que a estagiária preocupada em cumprir o plano previsto para aquela aula, não esperou que os alunos tirassem suas próprias conclusões em relação ao questionamento sobre a fórmula 2^n ser ou não uma PG e também não deu o tempo necessário para que fizessem suas análises em relação a questão. A estagiária logo concordou afirmando que se tratava de uma PG e fez ela mesma a prova Matemática, ficando os alunos nesse momento apenas como observadores.

Outra consequência do questionamento imprevisto foi o fato de que o tempo previsto para a discussão dos resultados, foi ocupado pela demonstração da fórmula, fazendo com que a discussão final fosse breve e pouco proveitosa. E também por ter um tempo determinado previsto para o cumprimento de todo plano a discussão não foi retomada na aula seguinte.

- 2ª parte: a Investigação Matemática com o Geogebra

A segunda parte da atividade realizou-se no laboratório de informática da escola. O laboratório desta unidade escolar possui 35 computadores, destes, 27 em bom funcionamento. Vale ressaltar esta não é a realidade da maioria das escolas de Iporá, visto que os laboratórios, na maioria delas se encontram em situações precárias, com poucas máquinas em condições de uso, conforme verificamos nas visitas realizadas pelos estagiários no período de estágio.

Contudo como não há uma pessoa responsável pelo laboratório porque este cargo foi extinto pelo último secretário de educação estadual. Assim, o professor que vai usá-lo como alunos, assume para si a responsabilidade por ligar e desligar máquinas, coordenar turmas grandes, com mais de trinta alunos como é o caso desta, dentre outras responsabilidades. Isto tem provocado o uso precário e apenas esporádico do laboratório por parte dos professores da escola.

Assim como nas atividades diárias dos professores da escola, na realização das aulas de estágio, todas estas responsabilidades recaíram sobre o estagiário e sobre o orientador de estágio. Inclusive a responsabilidade de instalação do *software* que pretende usar. Entretanto, alguns pontos de dificuldades da escola acabaram favorecendo o desenvolvimento da

atividade pela estagiária, como por exemplo, não se não há uso do espaço por parte dos professores da escola, logo, não houve dificuldade de agendamento de horários, o que propiciou que todas as aulas pudessem acontecer consecutivamente facilitando a sequência das atividades de investigação dos alunos.

Figura 34: Alunos em atividades no laboratório de informática.



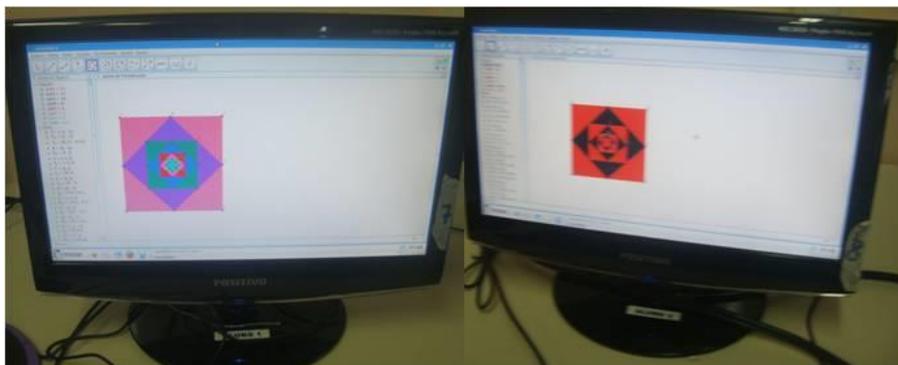
Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Na primeira aula no laboratório de informática a estagiária tomou o cuidado de dividir com os alunos algumas responsabilidades como, por exemplo, cada um desligar a máquina que estivesse usando ao final da aula e recolocar as cadeiras no lugar. E a estagiária contou também com o auxílio da professora regente da turma que acompanhou todas as aulas.

Em relação ao conteúdo a primeira atividade desta etapa teve como objetivo explorar os recursos e ferramentas do Geogebra, visto que os alunos não conheciam o *software* e não estavam habituados a usarem o computador nas aulas de Matemática. A estagiária mostrou a interface do *software* e apenas os recursos da área de Geometria Euclidiana que seriam necessários para o estudo da Geometria Fractal.

Depois de conhecidas as ferramentas e os principais recursos do ambiente dinâmico do *software* a estagiária solicitou que os alunos utilizassem as ferramentas do *software* e construíssem um fractal aplicado ao quadrado.

Figura 35: O fractal aplicado ao quadrado - construções de alunos.



Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Depois de construídos os fractais aplicados ao quadrado, fazendo-se as ligações entre dos pontos médios dos lados do quadrado e repetindo isso para os quadrados menores que vão surgindo enquanto for possível encontrar os pontos médios dos lados conforme figura 35, a estagiária solicita que os alunos calculem as áreas dos quadrados formados em cada iteração. Enquanto os alunos calculavam as áreas dos quadrados das iterações foi lançada a questão de investigação: é possível identificar a qual iteração pertence um quadrado conhecendo apenas a área que ele ocupa na interação a que pertence?

A estagiária em seu relato de experiência descreve como conduziu a investigação desta pergunta:

pedimos então para os alunos observarem a cada repetição, ou seja, a cada novo quadrado construído o que vai acontecendo com a área. Os alunos anotaram e observaram que a cada repetição o novo quadrado é a metade do anterior e escreveram em forma de fração a relação de cada quadrado construído com o primeiro quadrado. Identificaram que A_2 (área do segundo quadrado) é metade da área A_1 (área do primeiro quadrado), A_3 (área do terceiro quadrado) é um quarto da área de A_1 , A_4 é um oitavo da área A_1 e A_5 é um dezesseis avos de A_1 . A sequência das áreas anotadas ficou assim: $A \frac{1}{2}$, $A \frac{1}{4}$, $A \frac{1}{8}$, $A \frac{1}{16}$,...

Sugerimos que os alunos transformassem os denominadores em potências: $A \frac{1}{2^1}$, $A \frac{1}{2^2}$, $A \frac{1}{2^3}$, $A \frac{1}{2^4}$..., $A \frac{1}{2^n}$. Assim formalizaram que: *conhecendo a área do quadrado de uma das iterações, bastará substituir o valor de A na fórmula $A \frac{1}{2^n}$ em função de n. Ao desenvolver o cálculo o valor encontrado para n será a iteração em que se encontra o quadrado da área conhecida.* (grifo da autora) (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 565).

Os alunos usaram uma tabela do próprio Geogebra para organizarem os dados que iam coletando durante os testes que iam fazendo no *software*. Estiveram interessados e participaram ativamente da aula. Um ponto que vale destacar foi que a estagiária nesse momento não esteve tão preocupada com o tempo como aconteceu em outras aulas anteriores.

Esteve mais tranquila e segura e deixou os alunos fazerem suas tentativas, testes e experimentações livremente, criando uma tabela de dados organizados dos modos que considerassem mais adequados para suas próprias análises. Deu-se liberdade também para consultarem os colegas, analisarem outros fractais construídos e tirarem suas conclusões.

Como a turma era grande, este foi um momento da aula que necessitou a intervenção e auxílio da professora regente que acompanhava a aula e até mesmo da orientadora de estágio.

Como ressalta a estagiária, o Geogebra foi um bom recurso para a realização das investigações dos alunos.

identificamos no decorrer da pesquisa que o Geogebra contribui na aprendizagem dos alunos porque os possibilitou visualizar as figuras, fazer comparações, aprender com seus erros e assimilar de forma dinâmica os conceitos geométricos. Os alunos, envolveram-se nas atividades, fizeram questionamentos e tiraram suas próprias conclusões. Assim a Investigação Matemática como Geogebra foi importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo por permitir que os alunos aprendessem por meio na interação com o *software* por meio das suas próprias construções de forma dinâmica enquanto o professor mediador orienta os alunos no trabalho investigativo. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 566).

A aula transcorreu conforme sugere Fonseca; Brunheiras e Ponte (2004, p. 03) "na fase de desenvolvimento do trabalho pretende-se que os alunos adquiram uma atitude investigativa, devendo por isso haver a preocupação em centrar a aula na actividade dos alunos, nas suas ideias e na sua pesquisa." A estagiária atuou como orientadora da atividade fornecendo as informações necessárias para o prosseguimento das investigações, entretanto, optou em responder sempre a uma pergunta com outra pergunta, sem dar respostas prontas que pudessem fazer com que os alunos identificassem as respostas antes de refletirem sobre as descobertas que iam fazendo.

- A discussão dos resultados

A fase de discussão dos resultados, de acordo com Fonseca; Brunheiras e Ponte (2004, p. 05), "o professor, na sua função de moderador e orientador, cabe-lhe estimular a comunicação entre os alunos." E lembram ainda que este é o momento adequado para que sejam tiradas as dúvidas, realizar a sistematização das conclusões e fazer a validação dos resultados.

Em relação à fase da discussão dos resultados a estagiária relata apenas que "alguns só compreenderam todo o processo no final, no momento da discussão dos resultados que foi um momento importante para a troca de informações e ideias." Não traz explicações sobre como este momento aconteceu. Contudo quem presenciou a aula percebeu que este momento foi pouco explorado se realizando mais como um momento de revisão da aula feito pela estagiária com pouquíssimas participações dos alunos, apesar desta contar ainda com tempo suficiente para a realização de um debate participativo.

Nesta fase os alunos não foram, conforme sugere Fonseca; Brunheiras e Ponte (2004, p. 05) "confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado" não foram, "estimulados a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas." Entretanto, ainda assim foi um momento importante visto que propiciou que algumas dúvidas fossem sanadas e alguns pontos fossem mais bem

compreendidos por alguns alunos que tiveram mais dificuldade principalmente na representação simbólica das formalizações.

6. 7. 2 Reflexões sobre a mediação pedagógica

A estagiária Bueno, no seu trabalho final, destaca que como professora o seu papel foi "desempenhar um conjunto de papéis bastante diversificados desafiando os alunos, avaliando o seu progresso, raciocinando matematicamente e apoiando o trabalho deles que atuam ativamente levantando hipótese, conjecturando, experimentando, testando e formalizando matematicamente os conteúdos. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567). Papel que ela desempenhou a contento visto que, apesar das dificuldades vivenciadas.

Destaca ainda que:

os resultados mostraram por meio das Investigações como Geogebra os alunos puderam vivenciar o processo, pensando sobre o que iam investigar e se comportaram como pesquisadores, colocando como descobridores. Buscaram conhecer, investigar, questionar e procuraram responder as situações que foram apresentadas, através da exploração de possibilidades, levantando conjecturas, experimentando e formalizando suas descobertas. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567).

Os resultados positivos acima, além de serem apontados pela estagiária, puderam ser também identificados nas atividades desenvolvidas pelos alunos já analisadas acima, nas nos seus relatórios e nos resultados da avaliação escrita da professora regente titular da turma conforme relata durante a avaliação da mediação pedagógica da estagiária enfatizando que a metodologia de Investigação Matemática, a utilização do Geogebra e a forma contextualizada como trabalhou o conteúdo produziram resultados muito positivos. "[...] os relatórios dos alunos, apesar de pouco elaborados e de não mostrarem os detalhes das suas investigações, deixa claro que compreenderam o objetivo da acadêmica. Fizeram formalizações Matemáticas e foram capazes de interligar os conceitos de geometria aprendidos em sala de aula com situações fora escola." (PROFESSORA TITULAR, COMENTÁRIO ORAL, 2014).

Destaca ainda que "a estagiária explorou especialmente conceitos geométricos e introduziu a Geometria Fractal, um tema que para os alunos foi novidade, especialmente quando ela abordou a presença da Geometria Fractal na natureza." (Ibid.). Lembrando que "as notas dos alunos na avaliação escrita foram condizentes com as suas anotações e formalizações registradas nos relatórios". (Ibid.).

Na realização desta atividade, algumas dificuldades acabaram por interferir no desenvolvimento das investigações dos alunos e no resultado final. Dentre elas podemos citar o fato de estagiária não possuir experiências anteriores em sala de aula e teve dificuldade de administrar o tempo das aulas visto que o número de aulas semanais disponíveis para o projeto era de apenas duas aulas. Como destaca a professora titular da turma "um fator externo negativo foi o pequeno número de aulas da disciplina disponíveis para o projeto; assim a cada semana a retomada necessitava mais delongas principalmente quando não os alunos não lembravam o feito nas aulas anteriores." (PROFESSORA TITULAR, COMENTÁRIO ORAL).

Também apresentou dificuldades para formalizar certos conceitos matemáticos tanto na linguagem Matemática textual como também na linguagem simbólica. Em relação a isto a professora titular da turma destaca que "embora tenha tido sucesso em suas intenções, a acadêmica apresentou dificuldades na lida com a linguagem Matemática ao descrever elementos geométricos na construção do objeto educacional que propôs." (Ibid.).

Algumas dificuldades foram detectadas por ela própria conforme destaca em seu relato de experiência "a pouca experiência docente que tenho também dificultou o andamento de algumas aulas o que fez com que a investigação demorasse mais do que o esperado." (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 566). Outro desafio foi a disponibilidade de um tempo pré-determinado para a execução do planejamento também foi uma dificuldade devido às questões imprevistas que surgiram e a quantidade muito grande de alunos na turma que conforme relata a estagiária "por ser uma turma grande e não estarem habituados a este tipo de investigação tivemos alguma dificuldade até que percebessem o que se esperava deles." (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 566).

O grande número de alunos também dificultou o atendimento individual e a avaliação contínua e administração do tempo da aula e a dosagem de informações que pudessem atender as necessidades dos que sabiam menos e dos que sabiam mais. Segundo a professora titular "a estagiária, talvez pela falta de experiência, teve dificuldade ouvir e valorizar as participações de todos os alunos e também deixou que alguns dos alunos ficassem à parte nas discussões." (PROFESSORA TITULAR, COMENTÁRIO ORAL).

Outra dificuldade foi manter todos os alunos ocupados, trabalhando e produzindo visto que, alguns alunos terminavam rapidamente a atividade proposta e ficando ociosos começavam a conversar entre si, ou mesmo, dar as respostas para os que ainda estavam fazendo suas experimentações.

A solução encontrada neste caso foi fazer um contrato com os alunos em que, quem terminasse primeiro passaria a ser monitor na aula, auxiliando os colegas nas suas investigações, mas com o compromisso não dar respostas prontas. Isto facilitou muito o atendimento individualizado, contudo avaliar o rendimento de cada um para ver se avançava ou não em termos de capacidade de buscar suas respostas por meio da manipulação das ferramentas do Geogebra se tornou um desafio. No entanto a avaliação final da estagiária foi que "todos os problemas que tivemos foram situações possíveis de serem contornadas com o auxílio da professora regente e da orientadora de estágio que acompanharam a aula e não chegaram a comprometer os resultados da pesquisa." (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567).

Um fato que vale ser destacado foi a participação da professora titular da sala que foi parceira do projeto que participou desde a escolha do tema, auxiliou na elaboração da sequência de atividades didáticas, acompanhou todas as aulas e participou da avaliação final tanto dos alunos aplicando a avaliação escrita e auxiliando na construção dos relatórios nos finais das aulas, quando o tempo era insuficiente para ser concluído pelos alunos ainda em sala. Participou também das análises das atividades produzidas pelos alunos e da análise da mediação pedagógica da estagiária.

As dificuldades apresentadas pela estagiária podem ser atribuídas a pouca experiência tanto em relação à docência em si quanto em relação ao uso da metodologia de Investigação Matemática. Durante o planejamento das atividades e preparação para as aulas algumas vezes a estagiária fez comentários como por exemplo "estou ansiosa!", "não sei se vou conseguir...", "dar aulas só no quadro seria mais fácil!", "será que os alunos vão conseguir fazer as tarefas que eu passar?". (BUENO, COMENTÁRIO G. E., 2014).

Estes comentários mostram o nível de ansiedade em se encontrava antes da realização das aulas e dá indicativo também de que só estaria realizando uma aula com Investigação Matemática porque a condição de participante no grupo de estudo como estagiária lhe incumbia esta obrigação. Quando afirma que dar aulas expositivas seria mais fácil passa a ideia de que se sentiria mais segura ministrando uma aula nos moldes tradicionais.

Outras afirmações remetem a este desejo de se sentir segura reproduzindo o modelo de aulas que fez parte da maioria do tempo de sua experiência escolar como aluna. Ao dizer "esta é uma metodologia muito diferente daquelas do tempo em que fiz o colegial... no meu tempo não tinha esse tipo de aula não, nós tínhamos era que resolver exercícios e fazer

provas...", dá indicativos de que não se sentia segura para a realização da Investigação Matemática em sala de aula.

Ao afirmar "eu tenho consciência de que os alunos participam e se interessam muito mais quando os professores fazem aulas com metodologias diferentes... presenciei isto durante o período de observação e semiregência do estágio... e também já li muito sobre isto! (BUENO, COMENTÁRIO G. E., 2014). Apesar de achar que os alunos participam mais das aulas com uso de metodologias inovadoras, de ter conhecimentos teóricos sobre estas metodologias, dá a ideia de que se pudesse escolher, escolheria o modelo tradicional para dar as suas aulas. Isto indica o quanto o modelo tradicional tem se perpetuado no ensino de Matemática.

Durante as aulas, por vezes a estagiária, ao ser questionada pelos alunos sobre algum conceito, ao contrário de dosar as informações, esperar que o aluno refletisse e descobrisse por si só a resposta para o seu questionamento, ela foi ao quadro de deu uma brilhante explicação expositiva respondendo a pergunta feita. Como por exemplo, quando o aluno A durante as explorações das ferramentas do Geogebra questionou "aqui tem uma ferramenta para construir retas perpendiculares. O que são retas perpendiculares?" (A). Ao contrário de solicitar que o aluno construísse várias retas perpendiculares, analisasse as propriedades comuns nas suas construções e chegasse por si mesmo a conclusão de que as retas perpendiculares são retas concorrentes que formam ângulos retos na intersecção entre elas, a estagiária deu a resposta para a pergunta do aluno em uma explicação expositiva detalhada.

Outras dificuldades foram àquelas comuns já destacadas por Ponte; Brocardo e Oliveira (2012) e por Ponte; Oliveira e Brunheiras (1999) como sendo dos professores que realizam Investigação Matemática em sala de aula pela primeira vez. Dificuldade em administrar o tempo da aula para cumprir o planeamento. No caso a estagiária tinha duas aulas por semana, não consecutivas, para o desenvolvimento do projeto. Assim, como tinha que desenvolver a introdução, o desenvolvimento e o fechamento da aula em um tempo de cinquenta minutos, em algumas das aulas não foi possível a produção adequada das anotações dos alunos e nem a discussão dos resultados.

Na semana seguinte, depois de dias de distância da aula anterior, os alunos já haviam esquecido conceitos e detalhes das atividades o que demandava mais tempo na introdução das aulas. Esta dificuldade com o tempo se refletiu não só no andamento das aulas como também nos relatos escritos dos alunos. Como estes foram feitos na sua maioria, às pressas, no final da aula, em alguns dos relatórios as suas anotações das descobertas e procedimentos realizados

no desenvolvimento das tarefas eram pouco detalhados, como frases incompletas e afirmações superficiais.

Entretanto, esta inconsistência de conceitos matemáticos nas produções dos alunos pode ser atribuída em parte à inexperiência da estagiária na condução da metodologia de ensino. Poderia ter estimulado mais a escrita durante as aulas, enfatizado a importância de anotarem os conceitos matemáticos, usarem a linguagem simbólica, evitando que no final da aula as anotações fossem incompletas ou inconsistentes.

Estas dificuldades e outras como aquelas relacionadas à linguagem Matemática, intervenções nos momentos adequados, gestão do diálogo, interferiram no andamento e realização das aulas investigativa, contudo, ainda assim, os resultados finais no que se refere a participação ativa, interesse e aprendizagem foram positivos. Os alunos desenvolveram todas as atividades propostas, se mostraram interessados e participativos durante a maioria do tempo e tanto na discussão final dos resultados quanto na avaliação escrita demonstraram boa aprendizagem dos conteúdos.

Na avaliação final das aulas, a estagiária, com segurança afirmou

No início estava tensa e ansiosa, mas como as aulas aconteciam com certa distância umas das outras, isto me dava tempo para "digerir" e refletir. Todo o processo me fez amadurecer como professora... e descobrir que quando se tem conhecimento teórico da metodologia e do conteúdo, as atividades vão se desenvolvendo com naturalidade... e na por meio da reflexão da prática a gente amadurece como profissional... ufa, foi melhor do que eu esperava. (BUENO, COMENTÁRIO G. E., 2014).

Este último comentário indica que a estagiária conclui o projeto consciente de que os conhecimentos teóricos e a prática estão inter-relacionados e que tanto a boa prática depende de saberes pedagógicos que podem ser construídos e aperfeiçoados na própria prática.

7 CAPÍTULO VII – PERCEPÇÕES DOS ESTAGIÁRIOS SOBRE A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA, SOBRE A PROFISSÃO E SOBRE O ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Neste capítulo o objetivo é analisar algumas afirmações dos alunos feitas principalmente durante os encontros dos grupos de estudos e retratadas no diário de campo da pesquisadora ou registradas nos seus artigos finais produzido no segundo semestre de 2014, buscando identificar suas percepções ou aprendizagens sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o software Geogebra, sobre a profissão docente e sobre o Estágio Supervisionado. As principais fontes de informações foram as autoavaliações dos estagiários, as anotações do diário de campo da pesquisadora e os trabalhos finais de Estágio Supervisionado dos licenciandos.

7.1 Percepções sobre a mediação pedagógica na Investigação Matemática

Dentre os pontos analisados sobre a metodologia de Investigação Matemática estão as fases da aprendizagem na Investigação Matemática, a formação do professor e planejamento de uma aula de Investigação Matemática, o ambiente de aprendizagem e a mediação do professor, a questão do tempo e as dificuldades e desafios decorridos da falta de experiência dos estagiários no que se refere à docência.

7.1.1 As fases da aprendizagem na Investigação Matemática

Conforme já descrito no capítulo III, uma aula de Investigação Matemática, de acordo com Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), Vaz (2012), Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999) em geral, se dá em três etapas que podem acontecer de forma distinta e em sequência ou podem acontecer, em alguns casos, simultaneamente. Habitualmente o desenvolvimento da atividade investigativa se inicia com o arranque da aula ou introdução do assunto, que é o momento em que o professor apresenta ou fornece algumas informações essenciais sobre o tema e faz-se a determinação do problema que será investigado. A questão problema pode ser elaborada conjuntamente por professor e os alunos, pode ser proposta pelo professor ou pode surgir do questionamento dos próprios alunos.

Nos debates realizados no Grupo de Estudo do projeto, durante as avaliações das suas aulas os estagiário expuseram as suas ideias que foram registradas na íntegra no momento da fala ou foi registrada posteriormente, nos casos em que se fez filmagem da

reunião. Em relação às fases da aprendizagem na Investigação Matemática, dentre as falas dos licenciandos destaca-se que os estagiários que identificam a formulação do problema como sendo uma fase como peculiar às atividades de Investigação Matemática destacando que "um trabalho investigativo começa com a formulação e uma questão e descobri que formular questões desafiantes para um grupo de alunos não é tão simples como parece." (CASTRO, COMENTÁRIO G. E., 2014). Enfatizando "no meu caso, fui eu quem apresentou a questão que deveria ser investigada pelos alunos." (Ibid.). Outra estagiária afirma "procurei, desde a primeira aula, estimular que os alunos fizessem perguntas que contribuíssem para a elaboração da questão problema." (SANTOS, COMENTÁRIO G. E., 2014). Uma terceira acadêmica salienta "minha maior dificuldade foi formular as questões para investigação". (BUENO, COMENTÁRIO G. E.). Uma quarta estagiária destaca [...] iniciamos a primeira aula fazendo a apresentação do assunto para os alunos [...] na primeira aula fizemos a apresentação das ferramentas dos recursos do software [...] e partir das indagações foi determinada a primeira questão a ser investigada." (SILVA, COMENTÁRIO G. E., 2014).

Nestas afirmações dos estagiários é possível identificar que a elaboração da questão a que seria investigada, em cada caso, o problema surgiu de uma forma diferente. Em alguns casos, foi definida antecipadamente pelo próprio estagiário, em outros foi elaborada pelo estagiário e alunos durante a aula e houve situações ainda em que a primeira questão de investigação surgiu de forma imprevista necessitando o replanejamento da sequência pedagógica, conforme destaca a estagiária Oliveira, "o grande desafio foi saber como conduzir a investigação da questão que surgiu de repente, sem que esta condução estivesse prevista ou planejada." (SILVA, COMENTÁRIO G. E., 2014).

No caso da estagiária Oliveira o questionamento e as conjecturas dos alunos deram origem ao problema. O estagiário Castro apresentou a questão problema já elaborada e esta deu origem às conjecturas dos alunos quando formularam ideias com base em suposições sem uma fundamentação verificada. Outros estagiários fizeram a elaboração do problema investigativo juntamente com os alunos. Todos os licenciandos, nas primeiras aulas, apresentaram para os alunos a definição de Investigação Matemática e fizeram esclarecimentos sobre os termos e palavras relacionados às fases do ciclo investigativo. Isto pode ser identificado nos seus trabalhos finais.

Como exemplos de relatos semelhantes aos dos encontrados em outros trabalhos da turma temos a seguinte afirmação: "primeiramente apresentamos a metodologia de Investigação Matemática [...] apresentamos os significados dos termos que seriam usados com frequência como "fazer conjecturas", "levantar hipóteses", "experimentação", "formalização"

e “generalização”, dentre outros. (OLIVEIRA; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 05). A estagiária Santos que enfatiza que logo no início das aulas procurou:

[...] deixar claro o que seria esperado deles em cada fase, desde a formulação da questão a ser investigada, passando pela experimentação, levantamento de hipóteses ou conjecturas, novas experimentações, reformulação ou justificação das conjecturas iniciais tendo como resultado a formalização e generalização dos resultados. (SANTOS; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 164-165).

A mesma acadêmica salienta ainda que para agir como investigadores "era necessário, nesse momento, que os alunos compreendessem o que é e como iriam investigar, porque iriam investigar e o que se esperava deles como resultado da investigação. (Ibid.). Outra estagiária que afirma "iniciamos a aula explicando como ocorreria a investigação, como os alunos atuariam como investigadores e quais são as fases e os objetivos da investigação." (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 243).

As ações e afirmações dos estagiários indicam que estiveram seguindo as orientações de Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) que consideram que a ação didática do professor fica mais fácil quando os alunos compreendem o que se espera deles em cada fase, desde a formulação do problema, levantamento de conjecturas, passando pela experimentação que tem como resultado a formalização e generalização dos resultados que deve ser discutido coletivamente ao final do trabalho. A etapa seguinte, após a formulação da questão problema e explicitação dos papéis dos alunos e do professor no processo investigativo é quando acontece a investigação propriamente dita. É a fase em que o aluno por meio de experimentações e teste variados, faz a justificação ou o refinamento das conjecturas e têm como resultados a formalização e generalização dos conceitos.

Esta fase, a das experimentações, foi desafiadora para os estagiários que estavam realizando suas primeiras atividades na docência. Dentre os desafios a estagiária Bueno, sua autoavaliação destaca a sua "dificuldade em *dosar* as informações para os alunos que faziam a investigação." (BUENO, 2014). Para Batista "foi difícil lidar com o nível de aprendizagem diferentes dos alunos." (AUTOAVALIAÇÃO, 2014). Destaca que enquanto alguns precisavam mais informações para seguir com suas investigações, outros já haviam formalizados suas respostas e ficavam ansiosos por ter que esperar o tempo dos colegas.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e para Fonseca; Brunheiras e Ponte (1999), estas são dificuldades peculiares até mesmo aos professores mais experientes. Para Ponte et al. (1999) quando os alunos apresentarem dificuldades no prosseguimento da investigação o professor deverá apoiá-los, dando o tempo necessário, fornecendo informações na quantidade certa, incentivando a curiosidade, a autoconfiança e a reflexão por meio da criação de um

ambiente dinâmico e propício, que colabore com as suas descobertas. Contudo para dosar a quantidade de informação de forma a responder às necessidades dos alunos, sem correr o risco de responder a questão investigada por antecipação o professor precisar ser cuidadoso e criterioso.

Sobre as habilidades que podem ser desenvolvidas nos alunos por meio da Investigação Matemática a estagiária Oliveira na sua autoavaliação destaca que "a Investigação Matemática instiga os alunos a pensarem, duvidarem, discutirem, experimentarem, desenvolverem o raciocínio lógico, características fundamentais de se aprender matemática. (OLIVEIRA, 2014). Segundo Skovsmose (2001) e Lorenzato (2010) mediante o questionamento sistemático é que acontece a construção individual e coletiva do conhecimento. E que ao questionar, problematizar, conscientemente leva o aluno a novos questionamentos, a reflexão e a construção de novas aprendizagens que se refletirão em outras situações da vida, dentro e fora da escola.

Em relação ao ensino utilizando a problematização, uma estagiária na sua autoavaliação destaca ter identificado no decorrer das suas aulas que quando se dá aos alunos oportunidade para investigar, descobrir por si mesmos as respostas e soluções para os problemas "ele aprendem a planejar, elaborar estratégias, organizar dados e informações que vão colhendo, argumentar e formalizar respostas." (SANTOS, 2014). Enquanto que outro estagiário destaca que a resolução de problemas por meio da Investigação Matemática "favoreceu a construção do conhecimento, proporcionando atividades que permitiram aos alunos o desenvolvimento de capacidades de interpretar situações problemas, levantar conjecturas, fazer experimentações e chegarem à formalização algébrica Matemática da situação em estudo." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 155). Para o estagiário Castro no decorrer das aulas "o alunos tornam aos poucos mais questionadores, aprendem a duvidar e a argumentar." (CASTRO, AUTOAVALIAÇÃO, 2014).

Estas percepções dos estagiários demonstram ciência de que ao se ensinar Matemática é preciso, além de ensinar os conteúdos, desenvolver nos alunos posturas críticas e questionadoras sobre os próprios conceitos, conteúdos e resultados matemáticos historicamente construídos de forma que por meio das suas aprendizagens consigam perceber as inter-relações entre os conteúdos aprendidos e o mundo a sua volta. Nesta visão é necessário que se incentive a curiosidade e o pensamento questionador. (ALRO E SKOVSMOSE, 2006).

Durante o desenvolvimento das etapas de introdução do assunto, investigações/experimentações e discussão dos resultados que são etapas organizadoras da

ação didática do professor, os alunos vivenciam o ciclo investigativo passando pelas fases do levantamento de conjecturas, experimentações, refinamento e justificação das conjecturas, formalização dos conceitos matemáticos. A etapa final é a discussão dos resultados e socialização das estratégias e descobertas, contudo, como destaca Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) a discussão final dos resultados pode não significar a conclusão de uma investigação, mas tão somente o reinício de um novo ciclo investigativo pelo surgimento de novos problemas e novas conjecturas. Lembrando ainda que na fase das experimentações é possível surgir questões problemas secundárias que necessitem investigações preliminares para respondê-las antes de se dar prosseguimento na busca da resposta do problema inicial. Os seus resultados também devem ser discutidos e formalizados.

Todos os estagiários afirmam que de forma mais ou menos eficiente realizou nas suas aulas esta fase peculiar das Investigações Matemática. Apesar de nos seus trabalhos finais não constarem muitas informações sobre o desenvolver desta etapa, todos afirmam que este foi um momento para a conclusão do ciclo investigativo dos alunos. O estagiário Batista relata que concluiu a atividade investigativa "fazendo a discussão de todo o processo até o encontro da resolução do problema inicial. Debates sobre cada atividade desenvolvida, cada passo da investigação até que fosse encontrado o resultado final. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p. 193). Para Bueno "a discussão dos resultados que foi um momento importante para a troca de informações e ideias. (BUENO; OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 566). E Oliveira destaca que a fase de discussão dos resultados foi importante para a finalização da investigação, pois é o momento de comparar os resultados obtidos entre os alunos, discutir e organizar as ideias, para que os alunos entendam o significado da investigação, e também formalizem e generalizem os conceitos matemáticos. (OLIVEIRA C. K. M.; E OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p.12).

Em outras afirmações identifica-se superficialmente como se deu a discussão dos resultados. De acordo com Cruvinel ao final da atividade fizeram a discussão final dos resultados "que foi um momento rico de troca de informações e experiências que possibilitou o esclarecimento de dúvidas que ainda restavam. (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154). A estagiária Silva diz que concluiu a atividade "aula pedindo que os alunos fizessem o relatório das suas aprendizagens e fizemos a discussão final dos resultados. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 250). O estagiário Castro destaca que concluíram a atividade fazendo à discussão dos resultados, destacando que discutiram as descobertas dos alunos dando oportunidade para que pudessem compartilhar o que aprenderam com os demais colegas da sala. Destaca ainda que "foi um momento significativo em que puderam ajudar uns aos outros

a compreenderem algumas coisas que ainda não estavam claras para todos e tirarem as dúvidas que ainda restavam." (CASTRO, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 140).

Com mais detalhes a estagiária Santos descreve que ao final da atividade investigativa a discussão dos resultados foi um momento significativo da aula "em que socializando suas descobertas, confrontando os resultados, sistematizando as ideias, os alunos puderam chegar à formalização e à generalização dos conceitos matemáticos e à reflexão dos resultados da investigação." (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 11).

Conforme se verifica nos trabalhos finais dos estagiários, estes não trazem detalhes e informações mais precisas sobre como se deu a discussão dos resultados em suas aulas. Contudo, pelas análises das suas ações didáticas observadas durante as aulas e das anotações registradas no diário de campo e pelas afirmações feitas durante as reuniões do grupo de estudo e registradas também nas anotações da pesquisa, pode se identificar que esta fase se realizou de forma ainda que de forma superficial, ao final das Investigações Matemáticas nos projetos de todos os estagiários. Contudo, pelas análises da gestão deste momento peculiar e importante no desenvolvimento de atividades de Investigação Matemática, percebe-se que em sua maioria não se realizaram propriamente como uma discussão ou debate. O que aconteceu em quase totalidade dos casos foi uma revisão dos processos investigativos que foi apresentado pelo professor, havendo pouca participação efetiva dos alunos.

A dificuldade dos estagiários na gestão deste momento foi variada. Nas turmas com maior número de alunos a dificuldade foi administrar o tempo, organizar o diálogo de forma que todos pudessem participar e identificar o nível de conhecimento adquirido pelos alunos sobre o conteúdo. Nas turmas com menor número de alunos, administrar o tempo e identificar as falas e participações de todos os alunos não foi um problema. Nesses casos foi mais fácil identificar as aprendizagens e dificuldades. As dificuldades estiveram na organização do diálogo e no aproveitamento da fala participativa dos alunos.

7.1.2 A formação docente e planejamento da Investigação Matemática

A Investigação Matemática trata-se de uma proposta metodológica que exige do professor disponibilidade para adequar as suas aulas. De acordo com Ponte; Brocardo e Oliveira (2013), para usar esta metodologia de ensino o professor precisa estar preparado não só como o conhecimento do conteúdo como da condução da aula que exige uma ação didática dinâmica e diferenciada. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, para a realização de aulas investigativas o professor precisar ter um bom conhecimento do conteúdo que vai

trabalhar bem como da metodologia de ensino que trata a matemática como uma ciência dinâmica e aberta a incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 1998).

Em uma aula de Investigação Matemática o planejamento é importante. Ao planejar é preciso que o desenvolvimento do conteúdo e a ação didática sejam pensados levando em conta a imprevisibilidade que é peculiar às atividades investigativas. O nível de conhecimento dos alunos sobre o tema, a forma como reagem às intervenções do professor, os rumos que tomam na investigação e as dúvidas que surgem de forma inesperada podem requerer mudanças não previstas tanto na condução da aula como na sequência do conteúdo.

Reflexões sobre isto podem ser encontradas nos trabalhos dos estagiários. Para o estagiário Batista "o docente precisa estar bem preparado em relação ao conteúdo, em relação a metodologia e quanto aos recursos didáticos." (BATISTA E OLIVEIRA 2014, p. 193). Nos debates do grupo de estudo afirmou que seu maior desafio no planejamento e condução das aulas não foi dominar o conteúdo de funções quadráticas. Suas maiores dificuldades foram planejar uma ação didática que pudesse ser efetiva na aprendizagem dos alunos, obedecendo aos critérios necessários para uma aula investigativa. Enfatiza que "a vida toda eu tive aulas de matemática expositivas e tradicionais, e agora precisava fazer diferente [...] tive que entender muito bem as características de uma aula de Investigação Matemática para fazer o meu planejamento." (BATISTA, COMENTÁRIO G. E., 2014).

O estagiário Cruvinel destacou esta necessidade de se conhecer bem a metodologia e o conteúdo. "O conteúdo que trabalhei parecia fácil porque foi Geometria para o quinto ano, mas na hora do planejamento e principalmente na hora da aula, tive dificuldades com a linguagem matemática que deveria usar." (CRUVINEL, COMENTÁRIO G. E., 2014). E completando diz que além de conhecer muito bem o conteúdo teve que entender muito bem a metodologia de ensino para conseguir conduzir a investigação dos alunos. Esta mesma percepção pode ser encontrada no trabalho da acadêmica Santa quando diz que por meio da sua pesquisa chegou à conclusão de que "o preparo do professor é essencial, visto que, é a atitude de planejar, buscando a melhor forma de mediar o conteúdo e a condução da aula que define como se dá a participação do aluno na construção da sua aprendizagem. (SANTOS, OLIVEIRA E VAZ, 2014, p.173).

A estagiária Bueno, ao contrário dos colegas, destacou que suas maiores dificuldades foram em relação ao conteúdo de Geometria Fractal. "Descobri que nesse tipo de aula, pouco adianta dominar a metodologia de ensino se não dominar muito bem o conteúdo [...] as perguntas dos alunos são muito imprevisíveis e a investigação pode se desviar para outros conteúdos que não estão no plano." (BUENO, COMENTÁRIO G. E., 2014). Na opinião da

estagiária Oliveira para o professor "aplicar esta metodologia necessita de preparação e planejamento." (OLIVEIRA C. K. M.; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p.12). Na sua autoavaliação, Cruvinel destaca que "na prática não é fácil, ocorrem situações inesperadas que pegam o professor de surpresa exigindo que se pense rápido em como lidar com tal situação (CRUVINEL, 2014). A acadêmica Santos, na sua autoavaliação afirma que as dificuldades se deram quando percebeu "que os alunos não tinham os conhecimento prévio pré-requisitos para a investigação da regra dos trapézios. Não sabiam como calcular áreas de polígonos simples como o triângulo, losango e trapézios." (SANTOS, 2014). Destacando que teve que relembrar estes conteúdos que eram pré-requisitos para a investigação que seria proposta e que por isto teve que rever o seu planejamento inicial.

A estagiária Silva lembra que em sua primeira aula nada saiu como planejou. No momento da introdução do assunto os alunos fizeram uma pergunta não planejada que passou a ser o foco das primeiras investigações. "Tudo o que eu havia planejado foi mudado de última hora com o problema levantado pelos alunos. Já pensou se eu não estivesse bem preparada tanto no conteúdo como na forma de conduzir a investigação?" (COMENTÁRIO G. E., 2014). O estagiário Cruvinel na sua autoavaliação afirma que sempre pensou que o importante era saber o conteúdo e que planejamento fosse perca de tempo.

Sempre pensei que se eu dominasse o conteúdo era só chegar na frente e explicar bem que os alunos entenderiam. Mas depois de dar aulas usando com investigação cheguei a conclusão de que sem planejar tudo fica muito imprevisível e a aula perderia o rumo. Ainda acho que para alguns conteúdos a aula expositiva é melhor, mas em certos conteúdos com uma aula de investigação bem planejada os alunos aprendem bem mais. (CRUVINEL, 2014).

Nos comentários dos estagiários pode-se identificar a compreensão de que uma aula de Investigação Matemática depende de aspectos relacionados à ação didática, com o ambiente de aprendizagem criado e ao papel desempenhado pelos alunos durante a aula necessitando que o professor tenha domínio do conteúdo que irá trabalhar e da metodologia de ensino. Assim, todos estes aspectos devem ser levados em conta ao se planejar uma aula de Investigação Matemática. E deve-se levar em conta ainda que o planejamento precisa estar aberto e pronto para ser modificado. O planejamento é o ponto de partida, contudo, o replanejamento é essencial e faz parte da dinâmica do professor que faz opção por ensinar Matemática por meio de investigação.

Enfim, todos estão em comum acordo que o planejamento de uma aula de Investigação Matemática deve conter problemas abertos e situações problemas que permitam o surgimento de outras questões investigativas secundárias. Tais situações problemas devem

possibilitar a reflexão e estimular o pensamento lógico matemático, valorizar a formulação de hipóteses e conjecturas levantadas pelos próprios alunos. Deve não só permitir variadas interpretações como levar em conta as possibilidades de caminhos imprevistos pelos quais os alunos poderão se embrenhar. Outro ponto que precisa ser valorizado é a interação e a participação individual e coletiva como aspectos importantes na construção do conhecimento em que a partir das conjecturas e experimentações dos alunos seja possível ter como resultado a formalização e a generalização de conceitos.

7.1.3 O ambiente de aprendizagem e a mediação do professor

De acordo com Ponte et al. (1999) quando se planeja uma aula de Investigação Matemática, o ambiente de aprendizagem precisa ser pensado e organizado de forma a possibilitar que o aluno se sinta a vontade para falar, expor suas ideias e conjecturas. Que tenha liberdade para argumentar a favor ou contra as ideias dos colegas. Que se sinta valorizado e encorajado a esclarecer suas dúvidas recorrendo à mediação professor.

Segundo Skovsmose (2008) os cenários para investigação são ambientes que podem dar suporte a um trabalho investigativo. Nestes ambientes os alunos são convidados pelo professor a formularem questões e procurarem explicações e aceitam o convite. São responsáveis pelo processo de aprendizagem, usam materiais manipuláveis e novas tecnologias nas suas atividades de aprendizagem. Nesse ambiente, o professor tem um papel fundamental, que pode ser tanto na preparação, organização e sistematização da aprendizagem, como no direcionamento ou orientação do processo de aprendizagem. De acordo com Borba e Penteadó (2012) o uso do computador quando bem administrado e utilizado em aulas planejadas, possibilita um ambiente propício para os alunos pensarem, criarem, questionando e errando de forma ativa e interativa. Assim, as suas interferências no ambiente e a forma como atua no uso dos recursos didáticos e na realização das atividades pedagógicas são determinantes no processo construção do conhecimento.

Segundo a estagiária Bueno, "nos momentos de investigação procurava me colocar aberta para as perguntas, não deixar os alunos com dúvidas por falta de informação e também não confundi-los com excesso de informações". (COMENTÁRIO G. E., 2014). Destaca ainda: [...] e principalmente busquei ao responder suas perguntas não responder a própria questão de pesquisa. Nestes momentos lembrava da minha orientadora que dizia que quando tivéssemos dúvidas sobre o que responder deveríamos responder a uma pergunta com outra pergunta. (Ibid.).

Sua fala indica que se preocupou em auxiliar os alunos nas suas dificuldades dando espaço para que fizessem perguntas e esclarecessem as suas dúvidas.

As falas de outros estagiários ocorridas durante os encontros do grupo de estudo indicam que o ambiente de aprendizagem foi planejado e esteve entre suas preocupações durante a aula. Sobre isto, Santos afirma que "o software Geogebra foi importante para garantir um ambiente de aprendizagem que os alunos descobrissem quase que sem a minha ajuda, que quanto mais trapézios se faz no interior da elipse mais o valor total da área se aproxima do valor real." (COMENTÁRIO, G. E., 2014). Outro estagiário lembrou na sua autoavaliação que "a aula no laboratório de informática, com uso do computador, contribuiu muito para criar um ambiente lúdico e interativo capaz de estimular o raciocínio e a criatividade facilitando a compreensão do cálculo das diagonais dos polígonos". (CASTRO, 2014).

A acadêmica Silva frisa que o fato de desenvolver aulas de Matemática no laboratório de informática fez com que os alunos saíssem da rotina da sala de aula e proporcionou um ambiente de aprendizagem interativo diferente do comum e isto foi um fator importante de motivação. Destacando a seguir que "ao fazer as experimentações no ambiente do software, os alunos coletaram dados, fizeram questionamentos que os conduziram a formação dos conceitos sobre as áreas do retângulo e do triângulo." (SANTOS, COMENTÁRIO G. E., 2014).

O estagiário Batista que em relação às aulas de Investigação Matemática com o Geogebra "dentre os pontos positivos dou destaque para a interação vivenciada nas aulas. (COMENTÁRIO G. E., 2014). Outro professor em formação afirma que o ambiente criado nas aulas de Investigação Matemática "possibilitou a participação ativa entre os alunos e professores, (OLIVEIRA; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p.12).

Outras afirmações mostram como o ambiente dinâmico do Geogebra contribuiu para a criação de um cenário investigativo permitindo aos alunos aprenderem por meio de suas próprias construções e análises. Segundo Cruvinel as propriedades dos polígonos "foram sendo descobertas por meio das construções dos alunos que no ambiente do Geogebra os alunos inseriam dados, arrastavam, aumentavam ou diminuíaam o objeto, apagavam e construíaam novamente usando outras ferramentas diferentes. (COMENTÁRIO G. E., 2014).

O Geogebra "proporcionou um ambiente virtual investigativo devido a suas características de não entregar as formas geométricas prontas para o aluno, mas disponibilizar várias ferramentas para suas construções. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 141). Complementando a mediação pedagógica do professor ao orientar a investigação e a ação do

aluno sobre o ambiente do *software* são essenciais para a aprendizagem visto que, o uso Geogebra por si só dá garantias de que a aula aconteça de forma investigativa.

De acordo com Batista "Investigação Matemática com o Geogebra propiciou enriquecimento do ambiente de aprendizagem devido a grande quantidade de recursos que analisar o comportamento dos gráficos que iam construindo." (COMENTÁRIO G. E., 2014). Para Santos a Investigação Matemática com o Geogebra "contribuiu para a realização de uma aula dinâmica por permitir que os alunos, eles mesmos manusearem as ferramentas do software e por meio das suas próprias investigações descubrirem propriedades e formalizações matemáticas." (COMENTÁRIO G. E., 2014).

Para o estagiário Batista a interação entre os alunos e o software Geogebra e principalmente a interação entre os alunos que queriam mostrar para os colegas suas construções e estratégias e também queriam ver como eles tinham feito as suas construções e descobertas (AUTOAVALIAÇÃO, 2014). Outro acadêmico afirma em seu artigo que "houve envolvimento dos alunos durante as atividades no ambiente do Geogebra, quando os mesmos experimentaram, levantaram conjecturas, discutiram, formularam respostas, generalizaram e provaram conceitos matemáticos. (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 155).

As afirmações dos acadêmicos em relação ao ambiente de aprendizagem proporcionado pelo software Geogebra estão de acordo com Cruz, (2005,) para quem o ambiente dinâmico e interativo como o do Geogebra pode permitir que os alunos se envolvam na aula participando ativamente e assim aprendam os conteúdos de Matemática por meio do levantamento de conjecturas, das experimentações, da formalização e dependendo do nível da turma por indução e generalização.

De acordo com as afirmações dos estagiários pode-se perceber que o ambiente dinâmico proporcionado pelo uso do Geogebra permitiu que os alunos fizessem construções de figuras e objetos investigando suas propriedades descobrindo assim os conceitos matemáticos. O próprio software proporciona um ambiente de aprendizagem dinâmico em que por meio da interação entre o usuário e os objetos em construção e análise, permite-se a possibilidade de investigações matemáticas em que por meio da experimentação se pode confirmar conjecturas levantadas, refiná-las e confirmá-las formalizando e em alguns casos generalizando conceito matemáticos. Assim, por tornarem possíveis as manipulações de objetos matemáticos de forma interativa e dinâmica o software se apresenta como um bom recurso para a realização de Investigação Matemática possibilitando ao aluno construir seus próprios conhecimentos fazendo conjecturas, experimentações, formalizações e generalizações tendo como base a análise que o ambiente permite.

Contudo, percebe-se que a falta de estrutura física e pedagógica das escolas dificultam a criação de ambientes de aprendizagens ideais conforme foi destacado pelo estagiário Cruvinel em uma das reuniões do Grupo de Estudo que “a dificuldade na criação de um ambiente adequado foi com a falta de material na escola, que obrigou a adequação do planejamento.” (CRUVINEL, COMENTÁRIO, G. E., 2014). Em relação ao laboratório frisou ainda que "o laboratório de informática possuía poucos computadores o que dificultou a realização de atividades individuais." (Ibid.). A estagiária Silva compartilha da mesma opinião quando afirma que "um laboratório de informática com apenas dez computadores, dificulta muito o trabalho do professor e não permite a criação de um ambiente adequado para as investigações." (SILVA, COMENTÁRIO, G. E., 2014).

Outros estagiários tiveram dificuldades semelhantes. Segundo Batista "foi difícil trabalhar com uma turma muito grande, em um laboratório de informática, sem ter ali um dinamizador para auxiliar nas dificuldades técnicas dos alunos." (BATISTA, COMENTÁRIO, G. E., 2014). Para Bueno "o ambiente do software Geogebra foi adequado, entretanto, o ambiente físico do laboratório de informática com muitos computadores estragados e sem manutenção técnica não colabora muito para a criação de um ambiente propício para a aula de Investigação Matemática." (BUENO, COMENTÁRIO, G. E., 2014).

Durante o desenvolvimento das atividades experimentais foi perceptivo como algumas situações do dia a dia da sala de aula podem dificultar o trabalho do professor que se propõe a criação de ambientes de aprendizagem diferenciados. Uma destas situações comuns é a quantidade de alunos que, em alguns casos, estudam em uma mesma sala de aula.

Quando a quantidade de alunos é grande fica difícil manter um ambiente colaborativo, visto que, a interação entre professor e alunos e entre alunos e alunos fica prejudicada dificultando a realização de uma aula mais dialogada. Em uma aula com uso de computador, isto se agrava quando o laboratório de informática da escola não possui infraestrutura adequada e compatível para o número de alunos matriculados por sala naquela Unidade Escolar. Contudo, por serem estas situações muito comuns, o professor precisa aprender a lidar com estas dificuldades em prol de um ensino de Matemática mais adequado para o contexto em que vivem os alunos de hoje.

Assim, os resultados mostram que os licenciandos compreenderam que para a criação de ambientes de aprendizagens propícios, exige-se no trabalho pedagógico maior competência e capacidade para criar situações em sala de aula que sejam problematizadoras para provocar o raciocínio e a reflexão. É preciso que o professor tenha capacidade para administrar imprevisto e compreender que os alunos aprendem pela interação com os colegas

e com próprio professor. Aceitar que dificuldades como falta de estrutura física e pedagógica são muito comuns e que estas ao contrário de serem consideradas como obstáculos intransponíveis, podem ser vistas como desafios que podem ser administrados e utilizadas inclusive como objetos de estudos.

Entenderam ainda que o papel do professor mediador é o de criador de dúvidas, que faz perguntas, levando o aluno também a pensar e a perguntar para si e para outros. O aluno que deixa a postura passiva para assumir uma função mais dinâmica na construção do seu próprio conhecimento com auxílio do professor parceiro e mediador que orienta na seleção de informações e dados promovendo reflexão, compreensão da realidade, administrando as dificuldades e aprendendo reciprocamente por meio do trabalho em parceria com os alunos. O professor detentor do conhecimento dará lugar ao mediador que ao mesmo tempo ensina e aprende e o aluno receptor passivo dará lugar ao aprendiz parceiro. Assume assim o papel de organizador e facilitador no processo de aprendizagem.

7.1.4 A questão do tempo em uma atividade de Investigação Matemática

A questão do tempo foi um ponto relevante observado durante as aulas experimentais dos acadêmicos. Este aspecto relativo às atividades de Investigação Matemática já foi observado por vários pesquisadores como Lorenzato (2009), Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999), Ponte; Brocardo e Oliveira (2013). De acordo com Lorenzato (2009) nas atividades investigativas se propõe um tempo maior para as investigações que são realizadas pelos próprios alunos.

No uso desta metodologia de ensino, segundo Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999) o foco está na participação dos alunos que nas suas próprias ações de investigarem constroem os seus conhecimentos, logo, devem ser estimulados a pensar, trabalhar em equipe, levantar hipóteses, buscar argumentos para formalizar ideias, expor verbalmente e por escrito seus pensamentos e conclusões respeitando o tempo e os níveis de aprendizagens individuais. Para Lorenzato (2010) é preciso levar em consideração as diferenças individuais dos alunos respeitando o tempo necessário para as suas aprendizagens.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) a organização do tempo se constitui um dos grandes desafios para os professores que usam a metodologia de Investigação Matemática em sala de aula. De acordo com estes autores é peculiar às Investigações Matemáticas trabalhar com situações problemas e por isso demandam maior tempo para realização das atividades do que em algumas outras metodologias.

Assim conforme já previsto por estes autores a questão do tempo se apresentou como um desafio para os estagiários que estavam iniciando suas atividades como docentes. Em relação a isto Cruvinel destacou que "às vezes os alunos demoravam a chegar à formalização esperada e isto me deixava ansioso e com a sensação de que se tivesse dando aula expositiva no quadro o conteúdo renderia muito mais. (COMENTÁRIO G. E., 2014). Outra acadêmica frisa: "Tive dificuldades nas primeiras aulas quanto a condução da aula em relação ao uso do tempo. (BUENO, COMENTÁRIO G. E., 2014). O aluno Batista afirmou em sua autoavaliação que "tinha dúvida em quando devia intervir para obter maior aproveitamento do tempo da aula." (BATISTA, 2014).

A estagiária Santos, em sua autoavaliação, frisa que na sua pesquisa percebeu que em aulas de Investigação Matemática "É preciso ao mesmo tempo, dar informações na quantidade certa para não prejudicar o processo investigativo do aluno, cuidar da disciplina da sala, lidar com o aluno que descobre rápido a resposta e com o aluno que por mais que se incentive não consegue chegar a formalização. (Santos, 2014). Destacando que é preciso o professor estar bem preparado tanto em relação ao conteúdo quanto em relação à forma de conduzir aula. O acadêmico Castro concluiu que "a investigação matemática deve sempre que possível ser usada no ensino, de forma bem planejada, levando em consideração que as aulas investigativas demoram bem mais que uma aula convencional. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 140).

Percebe-se então que as dificuldades encontradas pelos estagiários estiveram relacionadas principalmente em seguir o cronograma da aula e simultaneamente respeitar o tempo de aprendizagem dos alunos. Contudo estas dificuldades podem ter sido comuns principalmente pela a falta de experiência na docência e na gestão da sala de aula. De acordo com Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) é comum nas primeiras atividades de Investigação Matemática a que o professor se propõe desenvolver, ter dificuldades em cumprir o planejamento seguindo um cronograma previsto antecipadamente. Administrar o tempo da aula se torna um desafio devido à imprevisibilidade que acontecem nas experimentações dos alunos. Quando os alunos também não têm o hábito de desenvolver atividades investigativas os desafios do professor se tornam ainda maiores. Até mesmo fazer com que entendam os seus papéis como investigadores pode ser uma dificuldade. Nas futuras aulas de Investigação Matemática, os licenciandos, cientes disto poderão e já tendo passado pela primeira experiência poderão administrar melhor o tempo das aulas.

7.1.5 A falta de experiência: dificuldades e desafios

A condução de uma Investigação Matemática requer que professor esteja preparado tanto em relação ao conteúdo, quanto em relação da gestão didática da aula visto que sua função é de moderar e orientar o trabalho dos alunos, fornecendo informações, interligando ideias, estimulando a comunicação entre os alunos. (FONSECA, BRUNHEIRAS E PONTE, 1999). Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) os maiores desafios para os professores iniciantes são a organização do tempo, a dosagem das informações, elaborarem perguntas com níveis de dificuldade adequados para a turma, a condução dos diálogos, o uso da linguagem Matemática, dentre outras.

Por meio das narrativas dos estagiários nos encontros do Grupo de Estudo as suas maiores dificuldades foram "formular as questões para investigação e "dosar" as informações para os alunos que faziam a investigação", "o nervosismo por assumir uma sala de aula pela primeira vez. Ou ainda "manter a sala de aula organizada e os trinta e dois alunos atentos às primeiras atividades", "lidar com a certeza de que estava sendo avaliado." Outras dificuldades citadas foram "trabalhar com a diferença de nível de conhecimentos dos alunos, a falta de estrutura física do laboratório de informática", "alunos tinham maior facilidade e chegavam primeiro que os outros aos resultados e formalizações", "tomar as decisões certas e de intervir adequadamente em cada situação." Houve ainda dificuldades no "uso adequado da linguagem matemática" e na condução das discussões dos resultados.

As dificuldades encontradas pelos estagiários são aquelas já destacadas por Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) como sendo comuns a quem realiza as primeiras experiências no uso da metodologia de Investigação Matemática o que no caso dos acadêmicos se agravam por serem também suas primeiras atividades como docente. Segundo estes autores em suas primeiras experiências na realização de Investigação Matemática em sala de aula o professor pode ter dificuldades em cumprir o planejamento seguindo um cronograma previsto antecipadamente. Quando os alunos também não têm o hábito de desenvolver atividades investigativas os desafios do professor se tornam ainda maiores. Até mesmo fazer com que entendam os seus papéis como investigadores pode ser uma dificuldade. Gerir o diálogo, controlar a conversa paralela, manter o interesse, cuidar para que um aluno mais adiantado dê a resposta pronta para os colegas causando prejuízos às suas investigações, ouvir todos os que querem expor suas ideias e discutir cada uma delas dando importância para todas as conjecturas apresentadas também pode se constituir tarefas difíceis quando se tem pouca experiência na docência.

Assim, as dificuldades apresentadas pelos estagiários na gestão das aulas poderiam ser consideradas comuns aos iniciantes na docência e aos iniciantes no uso da Investigação

Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática. Desta forma muitas das dificuldades apresentadas poderão ser minimizadas com o desenvolvimento de novas experiências docentes com uso desta metodologia de ensino.

7. 2 O Geogebra

Na realização de atividades com utilização do Geogebra como recurso de ensino e aprendizagem de Matemática foi possível observar que houve motivação por parte principalmente dos alunos. O ambiente dinâmico foi positivo para a realização das atividades de Investigação Matemática conforme afirma o estagiário Castro ao destacar que o ambiente dinâmico do Geogebra permitiu aos alunos "construir, ampliar, diminuir, arrastar os objetos o que permite a visualização, comparação e análise de propriedades matemáticas que auxiliam no entendimento de situações matemáticas que não seriam possíveis só olhando figuras estáticas nos livros ou no quadro negro." (COMENTÁRIO G. E.,2014). Outra fala semelhante foi da acadêmica Santos quando afirmou que "na realização da Investigação Matemática os alunos formularam hipóteses e por meio do Geogebra fizeram testes e experimentações que os auxiliaram na formalização matemática da Regra dos trapézios. (COMENTÁRIO G. E., 2014).

A facilidade no manuseio de suas ferramentas foi uma característica que chamou a atenção dos estagiários conforme pode se verificar em suas afirmações. Para a estagiária Bueno "o Geogebra é um software interativo que responde de acordo com as intervenções dos alunos." Para Batista "o Geogebra é um software fácil de usar e com muitas ferramentas bem simples que facilita a investigação dos alunos porque eles não encontram nada pronto, só uma tela branca e algumas barrinhas com muitos recursos para usarem nas suas construções (BATISTA, 2014). Segundo Silva, "ao contrário do que esperávamos, em poucos minutos os alunos já conseguiam utilizar várias ferramentas, foi na verdade uma grande surpresa a facilidade com que os alunos pequenos conseguiram manusear os recursos do programa Geogebra." (COMENTÁRIO G. E., 2014)

Dentre as afirmações encontradas nos artigos finais dos alunos destacam-se ainda outras citações que confirmam as potencialidades do Geogebra para o ensino de Matemática.

O Geogebra propiciou um ambiente dinâmico propício para ser associado a metodologia investigativa com foco no aluno que ativamente construiu a sua aprendizagem [...] As ferramentas oferecidas pelo software levaram os alunos a explorarem as propriedades das formas em suas construções de forma muito dinâmica, com efeitos nas formas prontas, tais como arrastar, aumentar, ficar movimentando na tela, entre outros. (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 141).

O que o diferencia o Geogebra de outra ferramenta de ensino é sua interatividade com a infinidade de funções e comando, que acaba por trazer um grande interesse por parte de quem o está utilizando. (BATISTA E OLIVEIRA, 2014, p.193).

Os alunos do quinto ano são ainda crianças e não apresentaram dificuldade no uso dos recursos do Geogebra confirmando que o software é de fácil manuseio e pode ser usado para explorar conteúdos de Matemática mesmo no primeiro nível do Ensino Fundamental. (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 155).

[...] os alunos puderam construir polígonos, estudar suas particularidades, definir as condições para que os ladrilhos fossem comportados. E assim colaborando para uma melhor compreensão de geometria, por meio da visualização de cada construção. (OLIVEIRA C. K. M. E OLIVEIRA C. M. S., 2013, p. 13).

[...] o Geogebra permitiu colocar o aluno como formador de seu próprio conhecimento fazendo com que ele interagisse com o objeto em estudo manipulando as ferramentas do programa no processo de levantamento de conjecturas, experimentação e formalização matemática. (SILVA E OLIVEIRA, 2014, p. 251).

[...] com o Geogebra os alunos puderam vivenciar o processo, pensando sobre o que iam investigar e se comportaram como pesquisadores, colocando como descobridores. (BUENO, OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567).

As afirmações dos acadêmicos estão de acordo com Cruz (2005), Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), Borba (2007), Vaz (2012) quando caracteriza os ambientes dinâmicos dos softwares de Matemática como o Geogebra. O software se mostrou propício para a realização de investigações matemáticas em sala de aula por apresentar ambiente interativo permitindo aos alunos construir, ampliar, diminuir, arrastar os objetos o que permite a visualização, comparação e análise de propriedades matemáticas que auxiliam no entendimento de situações matemáticas colocando os alunos como formadores de seus próprios conhecimentos pela interação com o objeto em estudo.

De acordo com os licenciandos, o software, além de auxiliar na compreensão das propriedades Matemática dos objetos por meio da visualização, o Geogebra possibilita outras formas de dar significado a conteúdos que poderiam lhes parecer, sem o recurso da visualização, muito abstratos. Por meio das suas construções os alunos podem levantar hipóteses, fazer questionamentos e por meio das suas experimentações, validarem as suas conjecturas chegando à formalização de conceitos Matemáticos.

Utilizando o Geogebra os alunos das escolas campo puderam vivenciar o processo investigativo pensando sobre o que iam investigar se comportando como verdadeiros pesquisadores. Buscaram por si mesmos conhecerem, investigarem, questionarem buscando responder as situações lhes eram apresentadas pelos professores. Contudo é preciso estar ciente de que como afirmam Gladcheff; Zuffi e Silva (2001) que para usar um software educativo, assim como qualquer outro recurso didático o professor ao planejar as sua aula deve ter objetivos bem definidos, dominar as funções do objeto educacional, conhecer variadas metodologias de ensino para ser capaz de escolher aquela que mais se adequar as expectativas de aprendizagens previstas.

7.3 Percepções sobre a profissão docente

A sociedade contemporânea vem sofrendo mudanças que afetam os múltiplos setores sociais e dentre eles atinge a área da Educação. Juntamente com o setor educacional a profissão docente sofre as interferências do avanço tecnológico e científico exigindo profissionais capazes de acompanhar as transformações sociais que ocorrem rapidamente. Isto torna necessário que os professores adquiram habilidades para lidar com as tecnologias no meio educacional. Precisam adquirir competências para ensinar. Assim o professor da atualidade precisa ter domínio dos conteúdos da sua área bem como ter bom conhecimento sobre metodologias de ensino e ter domínio técnico de recursos didáticos, sejam eles, artefatos tecnológicos ou não.

As afirmações dos estagiários demonstram a consciência destes desafios da profissão. O estagiário Cruvinel afirma que "o professor da atualidade precisa estar bem preparado não só em relação ao conteúdo, como também deve conhecer variadas metodologias de ensino e vários recursos didáticos." Justificando que isto dará a ele opções para escolher a metodologia e os recursos didáticos mais adequados de acordo com o conteúdo, com cada situação e com as características da turma em que vai dar aula. (CRUVINEL, COMENTÁRIO G. E., 2014). A acadêmica Oliveira lembra "a importância de se trabalhar utilizando metodologias de ensino e recursos didáticos variados, de acordo como o conteúdo que se deseja explorar." (OLIVEIRA C. K. M. E OLIVEIRA C. M. S., 2013, p. 13). E outra estagiária destaca que "o ensino de Matemática na educação contemporânea exige aulas mais dinâmicas com uso de metodologias de ensino que estimulem a curiosidade e o pensamento crítico do aluno, motivando-os a aprender com prazer." (BUENO, OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567).

Esse contexto requer tanto que sua formação seja sólida e contínua. Mais ainda, "requer que seja capaz de promover formação e autoformação pela ação reflexão, diálogo e intervenção em busca constante de um saber teórico e saber prático que permita novas posturas metodológicas que somente poderão ser assumidas a partir da sua formação." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154). O contexto social atual exige do docente formação contínua e adequada. Exige um profissional capaz de novas posturas educacionais baseada em um novo papel de mediador que orienta, auxilia e incentiva os alunos nas suas aprendizagens (LORENZATO, 2010).

Isto provoca a necessidade de que os professores, planejem as aulas "de maneira a dar condições necessárias aos estudantes para desenvolverem as habilidades e competências

necessárias construindo a sua aprendizagem por meio da investigação." (BUENO, OLIVEIRA E ANDRADE, 2014, p. 567). Assim o aluno também assume novas funções e papéis de pesquisador capaz de selecionar e organizar informações e administrar a construção do seu próprio conhecimento. De acordo com a estagiária Oliveira, durante o curso teve "a percepção de que precisa ser professora consciente de que além de dar a matéria é necessário adequar conteúdo situações do dia a dia além dos temas transversais." (OLIVEIRA C. K. M.; OLIVEIRA C. M. S. E VAZ, 2014, p.13).

Para a estagiária Bueno é preciso "sair da rotina, fazer estudos teóricos, analisar e usar diversificadas metodologias de ensino e recursos didáticos, realizar pesquisas, contribui para desenvolvermos a habilidade de fazer diferentes interpretações acerca da sala de aula e da profissão docente." (COMENTÁRIO G. E., 2014). Isto requer formação continuada e abertura para novas aprendizagens.

O educador da atualidade precisa ter habilidades e competências que antes não eram consideradas tão relevantes para os profissionais desta área. Conforme afirma Lorenzato (2009) o docente da atualidade precisa conhecer as teorias e questões sociais, ter uma boa preparação no campo especializado em relação aos conhecimentos específicos da Matemática e à didática de Matemática, ter uma boa noção do uso das tecnologias como ferramentas de ensino e aprendizagem e conhecer metodologias ensino a aprendizagem que possibilitem a criar nos alunos o sentimento de necessidade de descobrir e investigar por si próprios sendo capaz de se tornar produtor e coprodutor de conhecimentos.

A estagiária Silva destaca: "Aprendi há várias formas de tornar uma aula dinâmica e que a aula expositiva não é crime, ao contrário é necessária em muitos casos (COMENTÁRIO G. E., 2014). E conforme cita outra estagiária em sua autoavaliação "[...] aprendi a lidar com recursos didáticos feitos manualmente com sucatas, contudo aprendi também a utilizar a informática e os softwares educacionais como objetos de ensino e a usar metodologias de ensino investigativas em sala de aula. (OLIVEIRA, 2014). Outra acadêmica destaca:

Hoje sou um pouco de cada tipo de professor [...] professora mediadora, professora tradicional, professora dinâmica [...] estou ciente no futuro, de que dependendo da situação poderei escolher qual o papel será mais adequado a cada situação [...] Minhas aulas poderão ser lúdicas, expositivas, de laboratório, tecnológicas, etc. Porém, o que faz a diferença é a ciência que tenho do meu papel de professora e dos desafios da profissão. (SANTOS, COMENTÁRIO G. E., 2014).

Por estas afirmações as estagiárias se apresentam cientes de que é importante o professor estar preparado para situações diversas da sua profissão. Situações que podem

exigir adequação de papéis de acordo com as condições estruturais ou pedagógicas do ambiente em que vai atuar ou de acordo com suas próprias capacidades e habilidades docentes. O professor da atualidade deve estar preparado para exercer papéis diversos, estar pronto para dialogar com o novo, estar aberto à utilização consciente e crítica das novas tecnologias, contudo, é preciso estar preparado também para lidar com turmas de alunos indisciplinados, com a violência escolar, com a ausência dos pais na escola, com o descaso daqueles que estão à frente do poder e com a crescente desvalorização profissional.

As afirmações dos estagiários, em geral permitem afirmar que houve reflexões acerca do trabalho do professor e dos desafios da profissão. Formou-se consciência crítica sobre os seus papéis como educadores matemáticos e sobre como as suas formas de conduzir uma atividade pode influenciar negativamente ou positivamente nas aprendizagens dos alunos. Enfim, sobre os papéis do professor e dos alunos e sobre a importância de respeitá-los em suas capacidades de produzir conhecimentos matemáticos por meio das suas próprias ações.

As percepções dos licenciandos estão de acordo com Skovsmose (2001) e Lorenzato (2010) o professor da atualidade deve ter novas habilidades e competências profissionais. Deve estar consciente da necessidade de provocar a construção individual e coletiva do conhecimento, mediante questionamento sistemático. E que ao questionar, problematizar, conscientemente deve levar o aluno ao questionamento, a reflexão e a construção de novas aprendizagens. Assim a docência se baseia no ato de ensinar a partir dos interesses, necessidades e problemas dos alunos, escolhendo conteúdos e elaborando técnicas e estratégias com uso de materiais adequados criando um ambiente que favoreça o estudo, a pesquisa e a investigação que levem a formação da autonomia.

7.4 Percepções dos estagiários sobre o Estágio em suas formações docentes

Durante o Estágio Supervisionado com pesquisa criou-se um espaço de reflexão-ação por meio da proposta de pesquisa sobre a Investigação Matemática como metodologia de ensino em que os estagiários como investigadores realizaram pesquisas teóricas, planejaram e desenvolveram aulas experimentais, fizeram coleta de dados e analisaram os resultados de tais atividades tendo em vista o objetivo da pesquisa que foi analisar a Investigação Matemática com o Geogebra para o estudo de conteúdos de matemática. Para a acadêmica Oliveira o estágio representou uma oportunidade de "realizar pesquisa sistematizada por meio do desenvolvimento de projetos e da vivência da realidade de sala de aula analisar e acompanhar

a interação dos alunos na utilização da Metodologia de Investigação matemática com o software Geogebra." (OLIVEIRA C. K. M. E OLIVEIRA C. M. S., 2013, p. 13). Destaca ainda que "através da busca de uma problemática, da pesquisa e coleta de dados, para ser analisado, discutido e exposto os resultados finais contribuindo para minha própria formação e ainda para a formação de outros profissionais. (Ibid., p.12). Outra estagiária destaca em sua autoavaliação "por meio do estágio com pesquisa vivenciamos a pesquisa sistematizada vivendo-a desde a elaboração do projeto, estudos teóricos, elaboração da atividade pedagógica, experimentação em sala de aula, coleta e análise dos dados e produção do artigo com os resultados finais. (SANTOS, 2014).

As afirmações mostram que por meio da pesquisa os estagiários tiveram a oportunidade de refletir sobre o ensino de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o uso dos softwares educacionais, em especial do Geogebra, como recursos de ensino e aprendizagem por meio da vivência das suas primeiras experiências na sala de aula em um contexto desafiador. Assim o Estágio com pesquisa possibilitou a oportunidade para refletir sobre o ensino de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o uso dos softwares educacionais, em especial do Geogebra, como recursos de ensino e aprendizagem por meio da vivência das suas primeiras experiências na sala de aula em um contexto desafiador. "É o trabalho de identificação, de exploração, de construção de elementos e de processos que constitui a pesquisa sobre a relação com o saber – que, em última instância, permite compreender as formas (eventualmente contraditórias) de mobilização no campo do saber e do aprender" (CHARLOT, 2005, p. 23).

Representou um período em que os estagiários tiveram a oportunidade de vivenciar os desafios da profissão e por meio das análises das suas práticas conforme sugere Pimenta (1997, p. 06) é importante que desenvolva nos professores em formação "a capacidade de investigar a própria atividade para, a partir dela, constituírem e transformarem os seus saberes-fazeres docentes, num processo contínuo de construção de suas identidades como professores." A estagiária Bueno destaca que "pesquisando a nossa própria práxis como estagiários tivemos a oportunidade de vivenciar associação entre teoria e a prática por meio da ação, reflexão, ação. (COMENTÁRIO G. E., 2014). De acordo com outro estagiário:

A partir da prática como regentes em sala de aula e por meio do desenvolvimento dos projetos de pesquisa foi possível refletir sobre metodologias de ensino, sobre o uso adequado dos objetos pedagógicos, sobre as características dos alunos [...] O Estágio Supervisionado contribui na formação inicial dos acadêmicos, futuros professores que irão atuar na realidade atual que exige profissionais qualificados, competentes, compromissados e que saibam pesquisar e produzir conhecimentos a partir de suas próprias práticas. (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154).

Na visão dos licenciandos o estágio representou uma oportunidade de formação em que o licenciando assumiu papel ativo, construindo saberes docentes por meio do confronto com a realidade, possibilitando assim reflexão sobre a função do professor e sobre os desafios vivenciados por estes profissionais na atualidade. Segundo uma das acadêmicas "o Estágio Supervisionado representou a oportunidade oferecida para que se pudesse refletir sobre a profissão de professor por meio da pesquisa e da prática na escola campo." (SANTOS; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p.174). Para outro licenciando o Estágio Supervisionado contribuiu na formação inicial dos acadêmicos, futuros professores "que irão atuar na realidade atual que exige profissionais qualificados, competentes, comprometidos e que saibam pesquisar e produzir conhecimentos a partir de suas próprias práticas." (CRUVINEL E OLIVEIRA, 2014, p. 154). Segundo Castro "o Estágio Supervisionado proporcionou um ângulo diferente de visualização da profissão docente." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 141). Destacando que por meio do estágio "foi possível identificar vários desafios da profissão e pela reflexão e pesquisas foi possível encontrar formas para superar estes em grande parte." (CASTRO; OLIVEIRA E VAZ, 2014, p. 141).

O estagiário Batista registra que por meio da ação e da reflexão tiveram a oportunidade de pensar sobre os aspectos práticos e humanos da docência. "Sobre como é necessário sermos mais humanos, olharmos para educação com um olhar mais crítico para que possamos atuar na profissão, como formador de opinião." (BATISTA E OLIVEIRA 2014, p. 194). Destacando ainda que isto provoca em si o sentimento de corresponsabilidade na luta por melhorias na Educação Matemática buscando assumir para si "o compromisso de formar alunos que tenham pensamentos próprios e críticos e capazes de lutar em prol de uma sociedade melhor para todos." (BATISTA E OLIVEIRA 2014, p. 194).

Assim, pode se afirmar que sob a percepção dos futuros professores o Estágio Supervisionado com pesquisa desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática foi, como sugere Pimenta e Lima (2008), um momento importante nas suas formações como futuros profissionais se constituindo de uma ação vivenciada, reflexiva e crítica em relação à profissão e a função do professor visto que, por meio dele, tiveram a oportunidade de conhecer aspectos indispensáveis para a sua formação profissional e construir saberes da docência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para as considerações finais se faz importante a retomada da questão de investigação deste projeto. Isto porque, todas as ações desenvolvidas, aconteceram com uma intenção clara de se responder a seguintes perguntas: “A mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014 possibilitou a Investigação Matemática em sala de aula? Como realizar a mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado?”

A busca de resposta se deu principalmente pela análise dos projetos desenvolvidos pelos estagiários, no ano de 2014. Tais projetos se desenvolveram durante as atividades de Estágio Supervisionado realizado com a concepção de que a formação docente deve ter como base a construção de saberes a partir da pesquisa e ter como foco principal a proximidade entre a teoria e a prática por meio da pesquisa da práxis. Assim este trabalho, se ancora na ideia de que a formação docente de um profissional pode ser mais efetiva quando tem como alicerce a reflexão sobre a própria prática e/ou práxis e o conhecimento da realidade escolar por meio da crítica, da reflexão e da pesquisa.

Nesta perspectiva, por meio da mediação do Estágio Supervisionado na concepção de Pimenta (1997) e Pimenta e Lima (2008) que consideram este um componente curricular dos cursos de Licenciatura em que o aluno da universidade tem na escola campo seu espaço de reconhecimento da profissão em que a construção dos saberes docentes devem ser orientados pelo princípio metodológico geral fundamentado na ação-reflexão-ação e na resolução de situações-problemas. Se apoiando nos estudos de Ponte (2004), Lorenzato (2009, 2010), Vaz (2012), Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) que defendem a Investigação Matemática como proposta metodológica eficiente para o ensino e aprendizagem de Matemática, segundo a qual as investigações são realizadas pelos próprios alunos em fases bem definidas que são a exploração e formulação das questões de investigação, o levantamento das conjecturas, o refinamento das conjecturas pela realização dos testes e sistematização dos dados e a formalização Matemática e validação das conjecturas a partir da argumentação ou das demonstrações. Tendo também como base as ideias de Valente (1993), Gravina e Santarosa (1998) e Borba e Penteadó (2012) e as situações comuns da sala de aula que apontam para um consenso entre os professores de matemática de que os *softwares* educativos dinâmicos permitem um motivador e interativo capaz de estimular o raciocínio e a criatividade facilitando a compreensão dos conteúdos matemáticos. Neste projeto se propôs então, a usar a tecnologia, especificamente o *software* Geogebra, associado à Investigação

Matemática em sala de aula numa perspectiva de que a atuação pedagógica do professor deva acontecer pela da mediação da aprendizagem dos alunos enquanto eles mesmos, por meio das suas investigações, constroem os seus conhecimentos.

Os objetivos principais do trabalho foram interpretar a mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014, buscando identificar as peculiaridades da Investigação Matemática em sala de aula e analisar o Estágio Supervisionado enquanto mediação entre a pesquisa e a formação docente. E criar um produto que se trata de um sítio na internet com informações sobre a realização e com resultados das investigações. Outros objetivos do projeto foram estimular a pesquisa como elemento importante na formação do professor, por meio do Estágio Supervisionado, realizar atividades experimentais de Investigação Matemática com o Geogebra, contribuir na formação dos futuros professores para o uso adequado do *software* educacional Geogebra.

A identificação das características peculiares a Investigação Matemática em sala de aula na mediação pedagógica dos estagiários se deu pela análise qualitativa das suas atividades desenvolvidas durante as pesquisas realizadas durante a fase de regência do Estágio Supervisionado. Foram utilizados como objetos de análises principais os acontecimentos de sala de aula que foram cuidadosamente selecionados e registrados e os artigos produzidos pelos acadêmicos. As análises se apoiaram ainda nas falas dos participantes durante as reuniões do grupo de estudo e na autoavaliação feita logo após a conclusão das atividades. As presenças destas peculiaridades nos processos investigativos dos alunos indicam como a mediação pedagógica possibilitou ou não a Investigação Matemática em sala de aula.

O produto criado foi um sítio na internet no endereço <geogebra.dinamico.wix.com/geogebra>, onde estão disponibilizados os artigos dos acadêmicos com a descrição e análise das atividades experimentais desenvolvidas nas escolas campo, informações técnicas e pedagógicas e endereço para download do *software* Geogebra, dentre outras informações que poderão se utilizadas por outros professores se interessarem por utilizar a Investigação Matemática com o Geogebra em sala de aula.

Por meio dos estudos e análises realizadas identificou-se que o conhecimento científico e o desenvolvimento tecnológico têm provocado implicações na vida das pessoas, na educação e no papel do professor. Tais implicações afetam diretamente a profissão docente e a atuação do professor em sala de aula. Com presença de muitos equipamentos tecnológicos como TV, projetores de multimídia e laboratórios de informática com computadores equipados com acesso a internet, *softwares* educacionais e aplicativos, calculadoras, planilhas eletrônicas, dentre outros recursos no ambiente da escola e da sala de aula da escola cria-se a

necessidade de se formar professores de Matemática para o uso destas tecnologias. No caso da disciplina de Matemática o computador por meio dos *softwares* educacionais, muitos deles oferecem ambientes de aprendizagens dinâmicos e interativos que podem ser utilizados pedagogicamente pelo professor que precisa estar preparado para utilizá-los adequadamente como instrumentos de aprendizagem.

Estes ambientes dinâmicos de Matemática, característicos dos ambientes de computadores, presentes em *softwares* interativos quando bem utilizados pelo professor permitem às pessoas que os manuseiam fazer construções de figuras e objetos, investigarem suas propriedades, descobrindo conceitos matemáticos por meio da manipulação dos elementos que constituem o objeto em estudo. São propícios para o desenvolvimento de atividades investigativas com uso de metodologias, como a Investigação Matemática possibilitando que a aluno aprenda por suas próprias ações quando levanta hipóteses e conjecturas, faz experimentações e testes e formaliza e conceitos matemáticos.

Foi possível identificar também que os estagiários, ainda que participando do mesmo curso de licenciatura, do mesmo grupo de estudo do estágio e recebendo orientações do mesmo professor orientador e se propondo a utilizar a mesma metodologia de Investigação Matemática tiveram mediações pedagógicas diferentes uns dos outros. Contudo em todos os casos percebeu-se que houve preocupação como o incentivo a curiosidade dos participantes, a motivação e a construção do conhecimento pela própria ação do aluno. Houve interação entre alunos, entre os alunos e os estagiários e entre os alunos e o ambiente dinâmico do software Geogebra.

Ficou perceptível como a figura do professor foi importante e crucial para que acontecesse a ligação entre os conhecimentos que os alunos já possuíam e os conhecimentos matemáticos historicamente construídos. A consciência da intencionalidade e o sólido conhecimento teórico metodológico foram essenciais para que a mediação de efetivasse.

Um dos objetivos deste trabalho foi contribuir na formação docente dos futuros professores de Matemática por meio do Estágio Supervisionado, que neste projeto foi utilizado como espaço de realização de pesquisa. Ao final do trabalho foi possível identificar que ocorreu a formação de saberes docentes, quando que por meio da utilização das suas próprias experiências na escola como objetos de investigações os futuros professores tiveram a oportunidade realizar reflexão e produção de conhecimentos relacionados à profissão docente, à metodologia de Investigação Matemática e ao *software* educacional Geogebra.

Por meio da análise da mediação pedagógica dos estagiários identificou-se que suas mediações pedagógicas possibilitaram a Investigação Matemática em sala de aula visto que,

estiveram presentes peculiaridades que caracterizam as atividades desenvolvidas com esta metodologia de ensino. Dentre elas destaca-se que em todos os projetos dos acadêmicos as atividades investigativas das sequências pedagógicas desenvolvidas durante a regência aconteceram em três etapas distintas que Ponte; Brocardo e Oliveira (2013) destacam como características da realização de aulas com Investigação Matemática. Também se identificou na ação didática de todos os estagiários a preocupação em possibilitar aos alunos a vivências das fases do levantamento de conjecturas, experimentações, formalizações e generalizações dos conceitos matemáticos.

A imprevisibilidade tanto em relação ao tempo gasto nas investigações, à forma de elaboração da questão problemas, ao surgimento de situações novas e inesperadas e à necessidade constante de replanejamento, também são características comuns às Investigações Matemáticas e estiveram presentes em quase a totalidade das atividades experimentais realizadas. As maiores dificuldades dos estagiários foram lidar com esta imprevisibilidade. De acordo com os estudiosos desta metodologia estas dificuldades são muito comuns aos professores iniciantes, como também aos professores que já são experientes, mas que estão usando a metodologia investigativa pela primeira vez.

Em relação às atividades desenvolvidas pelos alunos que participaram das aulas identificou-se que a condução das atividades os permitiu participarem ativamente das resoluções dos problemas, fazerem perguntas, levantarem conjecturas, fazerem experimentações e formalizações matemáticas. Tiveram também a oportunidade de se familiarizarem com a linguagem textual e com a linguagem simbólica matemática.

A mediação pedagógica dos estagiários, possibilitou o aperfeiçoamento de habilidades nos alunos, que segundo Lorenzato (2010) podem ser desenvolvidas e aprimoradas por meio de atividades investigativas. Dentre estas habilidades destaca-se a ampliação das suas linguagens Matemáticas, a capacidade de expor ideias relacionadas a solução de problemas, a aquisição de capacidade de elaboração de estratégias para resolução de problemas e compreensão de relações entre os conteúdos estudados em sala de aula e problemas da vida cotidiana. Outras habilidades foram estimuladas como, por exemplo, a capacidade de concentração, perseverança, raciocínio e criatividade. Promoveu-se ainda a interação entre os alunos e entre alunos e professor, compreensão de regras e estímulo às percepções visuais e espaciais e de formação de conceitos.

Outro objetivo foi contribuir na formação dos futuros professores para o uso adequado do *software* educacional Geogebra. Isto aconteceu por meio dos estudos teóricos sobre o uso educacional do software, por meio da análise do seu ambiente dinâmico e das

suas ferramentas e recursos e por meio do desenvolvimento das atividades experimentais nas escolas campo.

O *software* Geogebra se mostrou propício para a realização de Investigações Matemáticas. A aula com uso do Geogebra quando realizada em uma perspectiva investigativa traz vantagens em relação à aula com uso apenas de papel, lápis e lousa, pois permite ao aluno construir objetos, arrastar, movimentar, comparar propriedades, conjecturar, experimentar e formalizar conceitos a partir da análise das suas próprias construções.

Os resultados mostram que a Investigação Matemática com o Geogebra se constitui uma forma de ensinar e aprender de forma dinâmica, em que os alunos interagem como o ambiente do programa e interagem entre si e com o professor, o que torna as atividades matemáticas mais atrativas e instigantes.

Contudo há que se ter em mente que para utilizar o *software* Geogebra pedagogicamente, é preciso um bom plano de aula e uma mediação pedagógica adequada que assegure que este seja realmente usado como ambiente de aprendizagem e não somente para animar e agradar os alunos por saírem da sala de aula tradicional. Faz-se também importante destacar que os desafios encontrados pelos professores iniciantes para os usos da Investigação Matemática com o Geogebra para o ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática, foram muitos. Dentre eles se destacam a falta de estrutura física dos laboratórios de informática e falta de interesse de alguns dos professores parceiros em acompanhar o planejamento, a execução e a análise das aulas, a inexperiência dos alunos em realizar atividades investigativas, a pouca familiaridade dos alunos com o uso do computador, a diferença de níveis de aprendizagens entre os alunos. Em alguns casos o número de alunos muito grande por turma também se constituiu uma dificuldade.

Em uma das escolas o laboratório de informática conta com apenas dez máquinas o que dificulta o desenvolvimento de atividades individuais como o Geogebra as turmas que tem mais de dez alunos. Na outra escola o laboratório possui um bom número de máquinas em funcionamento, contudo, naquele ambiente não há um funcionário para auxiliar o professor nem mesmo na instalação de *softwares*. O professor que usa aquele ambiente para dar aulas precisa, além de dar a sua aula, assistir pedagogicamente e tecnicamente todos os seus alunos, precisa ainda fazer a instalação do *software*, ligar e desligar as máquinas, organizar arquivos e verificar se não houve danos à peças ou equipamentos. Todas estas dificuldades afastam o professor daquele ambiente, mesmo os mais experientes.

No caso dos estagiários, que tinham um professor parceiro, houve dificuldades para se reunir com este professor para escolher o conteúdo e planejar. A maioria dos docentes

trabalha com carga horária de sessenta horas, em três turnos, o que faz torna a organização de uma reunião um desafio, devido a falta de tempo disponível para outras atividades que não seja dar aulas.

O grande número de alunos por turma também se constituiu em alguns casos, um desafio. Os estagiários inexperientes tiveram dificuldades, nestas turmas grandes, em administrar o tempo das aulas de acordo com as atividades planejadas. Foi muito comum o tempo de a aula terminar sem que a atividade planejada tivesse se cumprido, além do fato de que ao administrar os diálogos, ficava difícil identificar aqueles alunos que não estavam participando do debate e valorizar a falas de todos os que participavam.

A diferença de nível de conhecimento entre os alunos em uma mesma turma também foi uma dificuldade. Observou-se, por exemplo, que mesmo no Ensino Médio há alunos que não sabem ler e interpretar um texto simples ou redigir expondo corretamente suas ideias. E para estes, fazer formalizações matemáticas simbólicas, se apresentou como uma tarefa de grande nível de dificuldade. Nesta realidade, aqueles alunos que têm mais facilidade, ficavam impacientes em esperar o tempo necessário para a aprendizagem dos colegas e não raras vezes, deram as respostas prontas ou adiantaram as formalizações.

Algumas das dificuldades encontradas não podem ser resolvidas de imediato, mas podem ser contornadas caso o professor se proponha a isto, como no caso da quantidade de máquinas insuficientes e da falta de condições técnicas para uso dos laboratórios de informática. Outras podem ser minimizadas com a realização de novas experiências como no caso das dificuldades que surgiram que podem ser atribuídas à falta de experiência dos alunos, por não estarem habituados à realização de investigações ou não estarem familiarizados com o uso do computador ou dos estagiários por não estarem habituados ao trabalho em sala de aula seja com o uso Geogebra como recurso de aprendizagem ou por estarem experimentando pela primeira vez a metodologia de Investigação Matemática. Estas poderão ser minimizadas com o desenvolvimento de outras atividades desse tipo, as tornando-as familiares para alunos e professores.

Assim, apesar reconhecer que houve dificuldade, este projeto não se deteve a explorar este assunto, visto que, os resultados positivos obtidos e identificados na mediação pedagógica dos estagiários permitem afirma que, mesmo diante dos muitos desafios encontrados, por meio da Investigação Matemática com o *software* Geogebra as condições de aprendizagem se tornam favoráveis à construção dos conhecimentos matemáticos pelos alunos. Os desafios são muitos, contudo, possíveis de serem contornados quando a se tem consciência da função do professor em sala de aula no contexto atual, quando se tem

conhecimentos sólidos em relação ao conteúdo e domínio da metodologia de ensino que se pretende usar e bons conhecimentos teóricos sobre como se processa as aprendizagens dos alunos.

A mediação das pesquisas dos acadêmicos aconteceram no período de março a outubro do ano de 2014. Estas aconteceram de forma sistematizada e com uso de procedimento científico. Partindo da formulação de um problema, passando pela coleta e análise de dados, identificando inter-relações entre a prática e os fundamentos teóricos que propiciaram a formação de saberes e desenvolvimento de habilidades necessárias para o exercício da docência. Desta forma se construiu conhecimentos por meio a integração entre teoria-prática e pesquisa-reflexão. Promoveu-se a "formação da capacidade para articular os conhecimentos teóricos à sua prática profissional e de reflexão sobre a educação na sociedade em que se situa o papel do professor e do aluno na prática social dos indivíduos e a finalidade da ação pedagógica." (OLIVEIRA E PERES, 2013, p. 10).

Os resultados mostram que ao desenvolver pesquisas no Estágio Supervisionado os futuros professores tiveram a oportunidade de construir saberes pedagógicos e conhecimentos a partir de suas próprias práticas e assim se reconhecerem como professores sendo capazes de criarem, modificarem e reformularem as suas formas de trabalhar e se desenvolverem profissionalmente. Nesse sentido o Estágio Supervisionado se apresentou como um espaço importante na formação inicial do professor. Segundo Pimenta e Lima (2008) o estágio deve voltar-se para o desenvolvimento de atividades vivenciadas de forma reflexiva e crítica e deve ser planejado gradativa e sistematicamente com essa finalidade, tendo em mente quais habilidades esperam se formar na formação inicial de professores. Neste sentido o estágio proporcionou a articulação dos saberes e práticas constituindo-se em um grande desafio que teve como meta oportunizar e estimular a produção de saberes por meio da ação-reflexão-ação em uma concepção de estágio em que o futuro professor deveria formar a sua identidade de professor por meio da pesquisa que proporcionassem reflexões sobre acontecimentos e ações que os auxiliassem na compreensão da realidade da escola.

Assim a compreensão do conceito de pesquisa como instrumento metodológico e epistemológico articulador do processo de ação-reflexão-ação na construção do conhecimento dos futuros professores. Além do entendimento dos processos de formação baseados na reflexão da ação e sobre a ação. Foram fundamentais para que a mediação no Estágio Supervisionado se realizasse com a função formadora baseada na pesquisa e na construção da autonomia.

O espaço de discussão criado durante a mediação da orientadora de estágio sobre o uso das tecnologias e softwares matemáticos, sobre metodologias de ensino, sobre recursos didáticos e sobre os desafios da profissão docente por meio da pesquisa sistematizada se constituiu de espaços importantes para a formação profissional dos licenciandos. Por meio das experiências do estágio com pesquisa os estagiários tiveram a oportunidade de desenvolver projetos relevantes para as suas formações profissionais.

Por meio da mediação entre a pesquisa e a formação docente o que se buscou foi quebrar ou superar a fragmentação entre a teoria e a prática. A ideia usada foi a de práxis em que o estágio se desenvolveu com postura investigativa em que os alunos observaram, refletiram e fizeram intervenções nos contextos da escola e na vida dos professores e alunos e buscando a partir das experiências vivenciadas identificarem os desafios da profissão docente, analisar metodologias de ensino e aprendizagens e instrumentos didáticos, refletir sobre as práticas educativas a avaliação e o planejamento, sobre o que é ser professor pesquisador, sobre o perfil necessário para o professor do século XXI e sobre a função social do professor como agente de mudanças sociais. Logo, o estágio foi realizado numa perspectiva não de "atividade prática, mas atividade teórica, instrumentalizadora da práxis docente, entendida esta como a atividade de transformação da realidade." (PIMENTA E LIMA, ano, p. 10).

As dificuldades para mediar o Estágio Supervisionado com pesquisa estiveram no fato de que os acadêmicos tinham poucos conhecimentos no que se refere à realização de pesquisa sistematizada, na dificuldade que apresentaram para realizar as análises e redigir os textos. Outro fator dificultador esteve no fato de que a professora orientadora da turma que orientou as pesquisas estar pouco habituada a trabalhar o estágio sob esta perspectiva.

Outras dificuldades que podem ser lembradas são o fato de os professores de Matemática das escolas campo terem uma carga horária muito extensa o que dificultou encontrar momentos adequados para as entrevistas e reflexão coletiva. As práticas autoritárias, a desvalorização do professor e descontentamento com a profissão leva os professores a encararem participações em atividades de pesquisas com os estagiários como sendo mais um acréscimo de serviço não remunerado, provocando ainda certo descrédito de que os resultados possam ser positivos. A expectativa e a cobrança por receitas prontas provocaram angústia nos estagiários. Contudo as dificuldades encontradas serviram não como barreiras, mas sim, para reflexões importantes sobre a profissão docente.

Esta pesquisa foi relevante porque contribuiu para a minha formação enquanto docente da Educação Básica e enquanto docente universitária formadora de professores, contribuiu na formação dos sete acadêmicos do quarto ano do curso de Licenciatura em

Matemática da UEG/Iporá, futuros professores de Matemática e ainda contribuiu para a ampliação dos conhecimentos matemáticos de mais de cem alunos da Educação Básica de duas escolas públicas da cidade de Iporá. Ao fazer reflexões sobre Estágio Supervisionado com pesquisa ainda traz contribuições para melhoria dos estágios na Universidade Estadual de Goiás.

O produto é um sítio na internet publicado no endereço <<http://geogebra dinamico.wix.com/geogebra>>, com o objetivo de divulgar as sequências didáticas desenvolvidas por meio da Investigação Matemática com o *software* Geogebra, bem como a avaliação deste *software* e a análise das atividades realizadas em sala de aula. Isto possibilitará a inserção da pesquisa no meio educacional de Iporá e região tendo ainda a possibilidade de contribuir em realidades escolares de outras localidades do país se considerado o alcance da internet. Desta forma os resultados da pesquisa poderão contribuir efetivamente na melhoria do estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG Campus de Iporá como também de outras universidades que tenham foco na formação de professores. Também as atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a ela ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fernando José. **Educação e informática: os computadores na escola.** São Paulo, Cortez, 1988. 103 p.

ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Olé. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte, Autêntica, 2006. 158 p.

ALVES, George de Sousa. SOARES, Adriana Benevides. **Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae.** In: Instituto Geogebra. Rio de Janeiro, 2003. p. 1-12. Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/biblioteca/WIE_George_Adriana.pdf> Acesso em: 14 de maio 2014.

BORTOLOSSI, Humberto José; REZENDE, Wanderley Moura; PESCO, Dirce Uesu. **Geogebra.** 2012. In: Instituto Geogebra. Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/index.html>>. Acesso: 20 de ago. 2014

BATISTA, Pedro Henrique Cassimiro de Paulo; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva. **O estudo do gráfico da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra.** Universidade Estadual de Goiás (UEG). Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 176-194. Disponível: <<http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4518>>. Acesso: 09 de fev. 2014.

BONA, Berenice de Oliveira. **Análise de Softwares educativos para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Universidade Luterana do Brasil. Carazinho, RS, Brasil, 2009. p. 35-55. Disponível em <www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/Artigo_ID71/v4_n1_a2009.pdf> Acesso: 29 de ago. 2014.

BORBA. Marcelo Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática na Educação Matemática.** Belo Horizonte, Autêntica, 2012. 98 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília : MEC /SEF, 1998.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 2000.

_____, Conselho Nacional de Educação, **Parecer 009/2001.** Brasília, 2001, MEC/ SEF, 2001. Disponível < <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>>. Acesso: 14 de ago. 2014.

BRAUMANN, Carlos A. **Divagações sobre investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática.** In J. P. Ponte; C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, e A. F. Dionísio (Eds.), **Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5-24. Disponível

em: <http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_02_CABraumann.pdf>.
Acesso: 25 de jun. 2014.

BUENO, Luzia Leão de Oliveira, OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva, ANDRADE Calebe Martes de. **A Investigação Matemática com o software Geogebra no estudo da Geometria fractal**. Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 555-568. Disponível: <<http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4571/2657>>.
Acesso: 09 de fev. 2014.

CACHAPUZ, António. et al. **A necessária renovação do ensino de ciências**. São Paulo, Cortez, 2005. 263p.

CASTRO, Renato Lourenço de; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva; VAZ Duelci Aparecido de Freitas. **Formalizando o total de diagonais de um polígono qualquer por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra**. Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 127-142. Disponível: <<http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4517/2615>>.
Acesso: 09 de fev. 2014.

COSTA, Luiz Jorge. **Prática de Ensino III: Construções Geométricas - Guia de Estudos da disciplina**. Ouro Preto - MG. Edição do autor. 2012. 196 p.

CHARLOT, Bernard. **Relação com o saber, formação de professores e globalização**. Porto Alegre, ARTMED Editora, 2005. 160 p.

CRUVINEL, Junior Carlos; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva. **A Investigação Matemática com o Geogebra no estudo das propriedades dos paralelogramos especiais**. Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 143-156. Disponível: <<http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4515/2614>>.
Acesso: 09 de fev. 2014.

CRUZ, Donizete Gonçalves da. **A utilização de Ambiente Dinâmico e Interativo na construção do conhecimento produzido**. Tese (Mestrado em Educação Matemática) Setor de Ciência Humanas e Sociais, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005. 169 p. Disponível em: <<http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/handle/1884/7414/DONIZETE%20GON%20C3%87ALVES%20DA%20CRUZ.pdf?sequence=1>>. Acesso: 09 de set. 2014.

CUNHA, Maria Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da Ponte. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. In A. Pinheiro, A. P. Canavaro (Eds.), Actas do ProfMat 95 Lisboa: APM, 1995. p. 161-168.

D'AMBROSIO, Ubiratan, **Educação Matemática da Teoria à prática**. Coleção Perspectiva em Educação Matemática. Campinas - SP. Papyrus, 1996. 121 p.

Demo, Pedro. **Pedro Demo aborda os desafios da linguagem no século XXI**. In: Maria SALGADO, Umbelina Cariafa; AMARAL, Ana Lucia. **Tecnologias na Educação: ensinando e aprendendo com as TIC: guia do cursista/Brasília; Ministério da Educação**.

Secretaria de Educação à distância; 2008. Cap. 4, p. 139-149. *Disponível em:* <<http://eproinfo.mec.gov.br/webfolio/Mod86886/unidade%203/nota10.pdf>>. Acesso: 04 de ago. 2014.

FIORENTINI, Dario. **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil**. Zetetiké, ano 3, nº4, p. 1-37, 1995. Disponível em: <<http://www.cempem.fae.unicamp.br/prapem/publicacao.htm>> Acesso em: 25 de jun 2014.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. Campinas - SP, Autores Associados, 2009. 240 p.

FIORENTINI Dario; SOUZA JR Arlindo; MELO Gilberto. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos**. In: GERALDI, Corinta M.C; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. de A. (orgs.). **Cartografias do trabalho docente: professor (a)-pesquisador (a)**. Campinas - SP, Mercado das Letras, 1998, p.307-335.

FOUREZ, Gérard. **A construção das ciências: Introdução à filosofia e ética das ciências**. Trad. de Luiz Paulo Rouanet. São Paulo, Editora Unesp, 1995. p. 207-225.

FRANCO, Neide Bertoldi. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. 505 p.

FONSECA, Helena. BRUNHEIRA, Lina. PONTE, João Pedro da. **Atividades de investigação na aula de Matemática**. Veritati – Revista da U.C.Sal, Universidade Católica do Salvador, p. 57-73.

FREIRE, Paulo; FAGUNDEZ, Antônio. **Por uma pedagogia da pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985. 158 p.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 16 ed. São Paulo - SP, Paz e Terra, 2007. 148 p.

GLADCHEFF Ana Paula; ZUFFI E. M.; SILVA D. M. **Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. Anais do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação VII WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, Fortaleza, CE, Brasil, 2001. p. 1-12. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/pensamentorealidade/article/viewFile/8484/6296>>. Acesso: 29 de ago. 2014.

UEG, Universidade Estadual de. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática**, Câmpus Iporá. 2009.

GRACIAS, Telma S.; PENTEADO Miriam G.; BORBA e Marcelo C. (orgs.) **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo. Olho d'Água, 2000. 80 p.

GRAVINA, Maria Alice, SANTAROSA, Maria Lucila, **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**, Revista Informática na educação: teoria & prática, v. 1, n. 2 (1998). p. 73-78. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/20962/000243348.pdf?sequence=1>>. Acesso: 20 de jun. 2014.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria** - MG. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG. 1996. Anais Belo Horizonte: SBIE, 1996. p. 1-13. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF>. Acesso: 20 de jun. 2014.

ISO 9126-1. (1997) International Organization for Standardization. — Information technology - Software quality characteristics and metrics - Part 1: Quality characteristics and sub-characteristics. ISO/IEC 9126-1 (Committee Draft).

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. (Trad. Carlos Irineu da Costa). São Paulo: Editora 34, 2009. 250 p.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortes Editora, 1994. 263 p.

LORENZATO, Sérgio. (org.). **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Coleção Formação de professores. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 2009. 185 p.

_____. **Para aprender Matemática**. Coleção Formação de professores. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2010. 140 p.

MANZINI, Eduardo José. **Considerações sobre a transcrição de entrevistas**. Observatório Nacional de Educação Especial de São Paulo, SP. 2006. p. 1-17. Disponível em: <http://www.oneesp.ufscar.br/texto_orientacao_transcricao_entrevista>. Acesso: 20 de nov. 2014.

MASETTO, Marcos T. **Mediação pedagógica e o uso da tecnologia**. In: Moran, José Manuel (org.). *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas, SP: Papyrus, 2000.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes significativas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 216 p.

MORAN, José Manoel. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias**. Revista Informática na Educação: Teoria & Prática. Porto Alegre, vol. 3, n.1 2000. UFRGS. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, pág. 137-144. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/view/6474>>. Acesso: 20 de nov. 2014.

_____. **A educação que desejamos: novos desafios de como chegar lá**. Campinas: Papyrus, 2007. 174 p.

MORAN, J. M.; MASSETO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 2007. 173 p.

NÓBREGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. 1. ed. Brasília: Editora Exato, 2010.

NÓVOA, Antonio. (coord). **Os professores e sua formação**. Lisboa-Portugal: Dom Quixote, 1997. 94 p.

_____. **Refletindo sobre educação continuada.** Revista Nova Escola. Agosto/2002.

OLIVEIRA, Helia Margarida. SEGURADO, Maria Irene. PONTE, João Pedro da. **Tarefas de investigação em Matemática:** Histórias da sala de aula. In G. Cebola e M. Pinheiro (Eds.), Desenvolvimento curricular em Matemática, p. 107-125. Lisboa: SEM-SPCE, 1998.

OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva, PERES, Thalitta Fernandes de Carvalho. **O Estágio como pesquisa:** formação inicial de professores no curso de Licenciatura em Matemática da UEG, Unidade de Iporá/GO, 2013. p. 1-14. Disponível em: <http://vedipe.blessdesign.com.br/pdf/gt05/co%20grafica/artigoprof_Claudimary_Thalitta_UEGIpora.pdf>. Acesso: 13 de out. 2014.

OLIVEIRA, Iara Letícia Leite de, GUIMARÃES, Simone Uchôas, ANDRADE, José Antônio Araújo andrade. **As potencialidades do GeoGebra em processos de Investigação Matemática:** uma análise do desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial. 2012. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. v. 3, n. 2, 2014. p. 1-15. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/9598/7161>>. Acesso: 25 de set. 2014.

OLIVEIRA, Camila Kássia Monteiro, OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva de, VAZ Duelci Aparecido de Freitas. **Projeto ladrilhar:** uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para realização de Investigação Matemática com o software Geogebra. Anais do Seminário Educação 2014 : Educação e seus Modos de Ler-Escriver em Meio à Vida. 2014. p. 1575-1584. Disponível em: <http://sistemas.ufmt.br/ufmt.evento/filesTemp/_Anais_SEMIEDU_2014%20-%20Completo.pdf>. Acesso: 20 de mar. 2014.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e aprender Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 152 p.

_____. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 125 p.

PIMENTA, Selma Garrido; ANASTASIOU. L. G. C. Educação, **Identidade e profissão docente.** Docência no Ensino Superior. 4. ed. São Paulo: Cortez. 2010, Cap. 1, p. 141-158.

PIMENTA, Selma Garrido; LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Docência.** São Paulo: Cortez, 2008. 296 p.

PIMENTA, Selma Garrido. **A didática como mediação na construção da identidade do professor:** uma experiência de ensino e pesquisa na licenciatura. In: ANDRÉ, M. E. D. A. de; OLIVEIRA, M. R. N. S. (orgs.). Alternativas no ensino de didática. 4. ed. São Paulo: Papirus, 1997.

PIMENTEL, Carla Silva, PONTUSCHKA, Nadia Nacib. **A construção da profissionalidade docente em atividades de estágio curricular:** experiências da Educação Básica. In: ALMEIDA, Maria Isabel de, PIMENTA, Selma Garrido, (orgs). **Estágios Supervisionados na formação docente.** 1. ed. São Paulo, Cortez, 2014. p. 69-112.

PONTE, João Pedro da. **Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática**. 2004. Educar em Revista, 24, 37-66. Disponível em: <<http://ojs.c3sl.ufpr.br/ojs/index.php/educar/article/viewFile/2208/1851>> Acesso: 10 de set. 2014.

PONTE João Pedro da, BRUNHEIRA Lina, FERREIRA Catarina Ferreira, OLIVEIRA Hélia, VARANDAS José. **Investigando as aulas de investigações Matemáticas**. In ABRANTES P., PONTE J. P., FONSECA H., BRUNHEIRA L. (Eds.), Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa. 1999. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto12.PDF>> Acesso: 10 de jun. 2014.

PONTE, João Pedro. OLIVEIRA, Helia Margarida. BRUNHEIRA, Lina. VARANDAS, João Manoel. FERREIRA, C. **O trabalho do professor numa aula de investigação matemática**. Lisboa Pt., Quadrante, Volume 7. n. 2, p. 41-70. 1998.

PONTE João Pedro da, BROCARDIO Joana, OLIVEIRA, Hélia. **Investigações na Sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 131 p.

ROCHA, A., PONTE, J. P. (2006). **Aprender Matemática investigando**. Zetetiké, 14(26), 29-54. Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2428/2190>>. Acesso: 15 de ago. 2014.

SANTOS, Paula Roberta dos, OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva, VAZ Duclci Aparecido de Freitas. **O uso do software Geogebra metodologia e da Investigação Matemática na formalização do cálculo de áreas desconhecidas por meio da regra dos trapézios**. Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 157-175. Disponível: <http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4516/2616>. Acesso: 09 de fev. 2014.

SHECHTMAN, S. **Mediação Pedagógica em ambientes virtuais de aprendizagem a partir da complexidade e do pensamento ecossistêmico**. Dissertação de Mestrado da Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2009.

SILVA, Kátia Augusta Curado Pinheiro Cordeiro da, **Pesquisa: espaço de formação do sujeito**. Revista de Educação, Linguagem e Literatura da UEG-Inhumas v. 1, n. 1, março de 2009. p. 157-167. Disponível em: <<http://www.revista.ueg.br/index.php/revelli/article/download/2835/1797>>. Acesso: 10 de jun. 2014.

SILVA, Kátia Augusta Curado Pinheiro Cordeiro da, LIMONTA, Sandra Valéria. **A pesquisa na formação e no trabalho dos professores da educação básica**. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 12, n. 37, set./dez. 2012. Disponível em: <www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=7201edd99=pdf>. Acesso: 12 de jun. 2014.

SILVA, Letícia de Oliveira, OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva. **Investigação Matemática em sala de aula: o uso do software Geogebra no ensino de área e perímetro de quadrados, retângulos e triângulos.** Anais do IV Congresso de Educação do Câmpus Iporá, vol. II, 2014, p. 235-252. Disponível: < <http://www.anais.ueg.br/index.php/congressoeducacaoipora/article/view/4523/2622>>. Acesso: 09 de fev. 2014.

SKOVSMOSE, Olé. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia.** Campinas, SP: Papirus, 2001. 160 p.

_____. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática e Responsabilidade.** São Paulo: Cortez, 2006. 304 p.

_____. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica.** Campinas. SP. Editora Papirus, 2008. 130 p.

_____. **Cenários para investigação.** Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

VALENTE, José Armando. **Diferentes usos do computador na educação.** UNICAMP 2002. Disponível em: <<http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/0022.html>>. Acesso: 28 de ago. 2014.

_____. **Computadores e conhecimento: repensando a educação.** Campinas: UNICAMP. 1993.

_____. **O Computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas: UNICAMP. 1999.

_____. **Questão do software: Parâmetros para o desenvolvimento de software educativo.** Campinas : NIED, 1989. Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br/ojs/index.php/memos/article/view/79>>. Acesso: 06 de ago. 2014.

_____. **Visão analítica da Informática na Educação no Brasil: a questão da formação do professor.** Revista Brasileira de Informática na Educação. RS: Sociedade Brasileira de Computação, nº 1, set. de 1997.

VAZ, Caroline Rodrigues; FAGUNDES, Alexandre Borges e PINHEIRO, Nilcéia A. Maciel. **O surgimento da ciência, tecnologia e sociedade (CTS) na educação: uma revisão.** Anais do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, Curitiba, 2009. ISBN: 978-85-7014-048-7. Disponível em <<http://ensinandoquimica.files.wordpress.com/2013/05/o-33aancia-tecnologia-sociedade-na-educac3a7c3a3o.pdf>>, acesso em 20 de

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas, **Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação Matemática com o Geogebra.** Educativa, Vol. 15, No 1 (2012). Disponível em: <http://seer.ucg.br/index.php/educativa/article/view/2491> Acesso 20 de set. de 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A: VERSÃO FINAL DO PRODUTO DESENVOLVIDO DURANTE A PÓS-GRADUAÇÃO

O produto é um sítio na internet publicado no endereço <<http://geogebraodinamico.wix.com/geogebra>> com todas as sequências didáticas desenvolvidas com uso da Investigação Matemática com o software Geogebra, bem com a avaliação deste software e a análises das atividades realizadas em sala de aula.

A seguir a descrição das páginas, abas e links do sitio.

The screenshot shows a web browser window displaying the website 'geogebraodinamico.wix.com/geogebra'. The page features a navigation menu with tabs: 'Início', 'O Projeto', 'O Geogebra', 'Links úteis', 'Quem somos?', 'Investigação Matemática', 'O Estágio', and 'Todas as produções'. The main content area is a grid of articles, each with a photo and a title. A sidebar on the right contains a red-bordered box with text about the project's objectives and a list of activities. At the bottom, there is a footer with copyright information and a navigation bar.

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Artigos:

- Formalizando o total de diagonais de um polígono qualquer por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra**
CASTRO, Renato Lourenço de¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³
- O uso da Investigação Matemática com o Geogebra na formalização do cálculo de áreas desconhecidas por meio da Regra dos Trapézios**
SANTOS, Paula Roberta dos¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³
- O estudo do Gráfico da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o Geogebra**
BATISTA, Pedro Henrique Casimiro de Paula¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- A Investigação Matemática como o Geogebra no estudo da Geometria Fractal**
BUENO, Luzia Leão de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; ANDRADE, Calebe Martes³
- A Investigação Matemática como o Geogebra no ensino de áreas e perímetros de retângulos e triângulos**
SILVA, Letícia de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- A Investigação Matemática como o Geogebra no estudo de propriedades dos polígonos**
CRUVINEL, Junior Carlos¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- Projeto Ladrilhar: uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para a realização de Investigação Matemática como o Geogebra**
OLIVEIRA, Camila Kássia Monteiro de¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³

Outros elementos:

- O projeto de Estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá** (with a 'Link' button)
- Site oficial do software Geogebra** (with the Geogebra logo)

Texto no sidebar (destacado em vermelho):

Este sitio é o resultado do projeto de pesquisa da acadêmica Claudimary Moreira Silva Oliveira do Mestrado em Educação Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Câmpus de Jataí.

O objetivo tornar público todas as sequências didáticas desenvolvidas com uso da Investigação Matemática com o software Geogebra e a análise das atividades realizadas em sala de aula.

As atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a elas ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre:

- O ensino e aprendizagem de Matemática;
- A metodologia de Investigação Matemática;
- O software educacional Geogebra;
- O Estágio Supervisionado com pesquisa.

Footer:

Todos os direitos reservados
 Autora: Claudimary Moreira Silva Oliveira
 Aluna do mestrado em Educação, Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Câmpus Jataí.
 Orientador: Dr. Duclci Aparecido de Freitas Vaz

Barra de Navegação: Início | O Projeto | O Geogebra | Links úteis | Quem somos? | Investigação Matemática | O Estágio | Todas as produções

Na primeira página "Início" do sítio, à direita, localizam-se algumas informações sobre o produto e sobre que assuntos poderão ser encontrados nas outras páginas.

À esquerda da página inicial encontram-se os links que darão entrada para os projetos de pesquisa dos estagiários bem com as análises que fizeram das aulas experimentais de Investigação Matemática como o Geogebra. As atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a ela ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o software educacional Geogebra e sobre o Estágio Supervisionado com pesquisa.

The screenshot shows a web browser window displaying the website 'geogebra.dinamico.wix.com/geogebra'. The page title is 'INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA'. A navigation menu at the top includes: Início, O Projeto, O Geogebra, Links úteis, Quem somos?, Investigação Matemática, O Estágio, and Todas as produções. The main content area is a grid of project articles, each with a photo and a title. A red box highlights the grid, and red arrows point to the 'Início' menu item and the first article in the grid.

Articles in the grid:

- Formalizando o total de diagonais de um polígono qualquer por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra**
 CASTRO, Renato Lourenço de¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³
- O uso da Investigação Matemática como o Geogebra na formalização do cálculo de áreas desconhecidas por meio da Regra dos Trapezóides**
 SANTOS, Paula Roberta dos¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³
- O estudo do Gráfico da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o Geogebra**
 BATISTA, Pedro Henrique Cassimiro de Paula¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- A Investigação Matemática como o Geogebra no estudo da Geometria Fractal**
 BUENO, Lúcia Leão de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; ANDRADE, Calebe Martes³
- A Investigação Matemática como o Geogebra no ensino de áreas e perímetros de retângulos e triângulos**
 SILVA, Letícia de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- A Investigação Matemática como o Geogebra no estudo de propriedades dos polígonos**
 CRUVINEL, Junior Carlos¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²
- Projeto Ladrilhar: uma adaptação do projeto Desafio Geométrico de Dias e Sampaio (2010) para a realização de Investigação Matemática como o Geogebra**
 OLIVEIRA, Camila Kássia Monteiro de¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclci Aparecido de Freitas³
- O projeto de Estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá**
[Link](#)
- Site oficial do software Geogebra**

Text on the right side of the page:

Este sítio é o resultado do projeto de pesquisa da acadêmica Claudimary Moreira Silva Oliveira do Mestrado em Educação Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Câmpus de Jataí.

O objetivo tornar público todas as sequências didáticas desenvolvidas com uso da Investigação Matemática com o software Geogebra e a análise das atividades realizadas em sala de aula.

As atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a elas ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre:

- O ensino e aprendizagem de Matemática;
- A metodologia de Investigação Matemática;
- O software educacional Geogebra;
- O Estágio Supervisionado com pesquisa.

Footer:

Todos os direitos reservados
 Autora: Claudimary Moreira Silva Oliveira
 Aluna do mestrado em Educação, Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Câmpus Jataí.
 Orientador: Dr. Duclci Aparecido de Freitas Vaz

Navigation menu at the bottom: Início, O Projeto, O Geogebra, Links úteis, Quem somos?, Investigação Matemática, O Estágio, Todas as produções

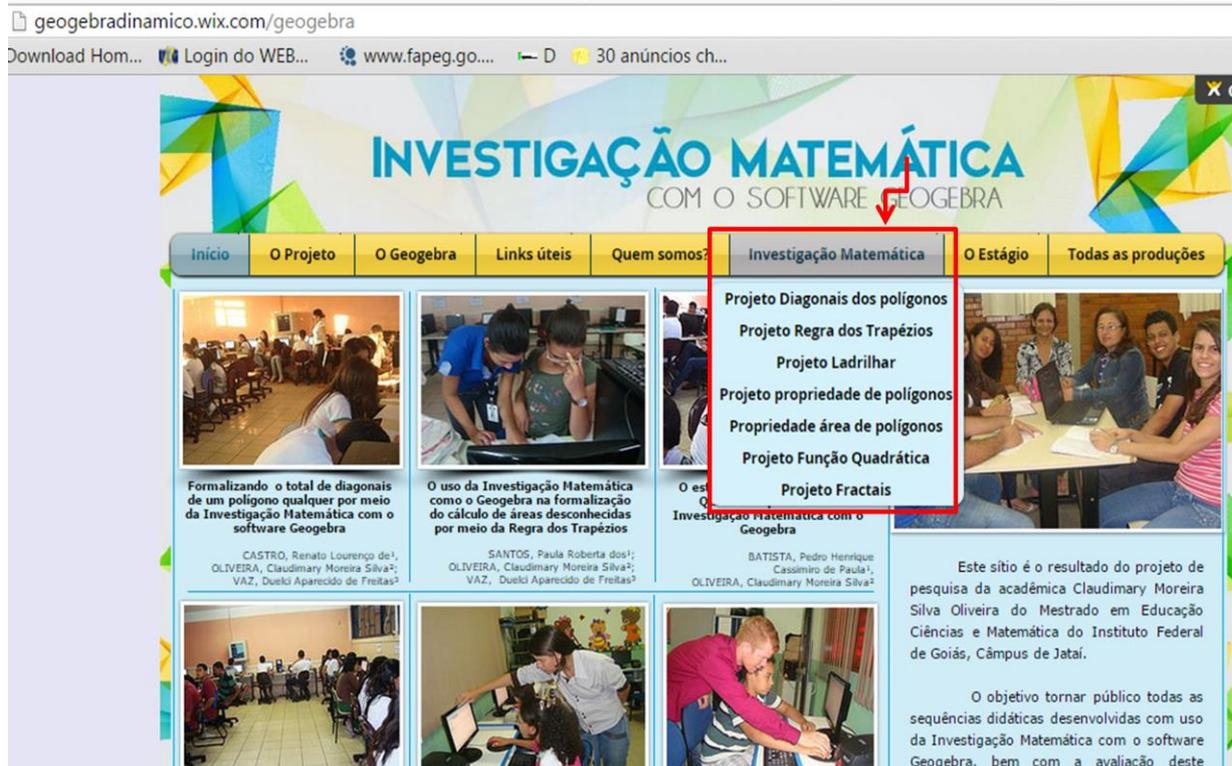
Na página "O projeto" contém identificação das características do projeto de pesquisa e da metodologia de pesquisa utilizada. Abrindo este link identifica-se a questão de pesquisa, os objetivos Gerais e específicos, a natureza, os procedimentos e instrumentos e as atividades pesquisa do projeto. Encontra-se ainda uma breve descrição do produto final desenvolvido. Na página "Quem somos" estão os emails de contatos e algumas informações profissionais dos pesquisadores.

Na página "O Geogebra" está descrito como se deu a escolha do Geogebra para o desenvolvimento das atividades experimentais deste projeto, assim como as características técnicas e pedagógicas do software. O link "Site oficial do softwares educacional Geogebra" abaixo dá entrada para o sitio oficial <<http://www.geogebra.org/>> onde, além de outras informações técnicas sobre o softwares pode se encontrar exemplos de atividades desenvolvidas por pesquisadores, um link para fazer download gratuito do programa, link para manual oficial do software com as suas principais ferramentas e formas de utilização destas ferramentas e recursos.

The image shows a screenshot of a website page with a grid of project cards and a sidebar on the right. The grid contains six cards, each with a title, description, and authors. The bottom-right card is highlighted with a red border and a red arrow pointing to it. The sidebar on the right contains text about the project and a list of topics.

<p>PROJETO: A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DA GEOMETRIA FRACTAL</p> <p>BUENO, Lúcia Leão de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; ANDRADE, Calesbe Martes³</p>	<p>PROJETO: A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA NO ENSINO DE ÁREA PERÍMETROS DE RETÂNGULOS E TRIÂNGULOS PARA O QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL</p> <p>SILVA, Leticia de Oliveira¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva</p>	<p>PROJETO: PROJETO LADRILHAR - UMA ADAPTAÇÃO DO PROJETO DESAFIO GEOMÉTRICO DE DIAS E SAHPALO (2010) PARA REALIZAÇÃO DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA</p> <p>OLIVEIRA, Camila Kássia Monteiro da¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²; VAZ, Duclio Aparecido de Freitas³</p>	<p>Geogebra, além de servir à avaliação, permite avaliar e a análise das atividades realizadas em sala de aula.</p> <p>As atividades experimentais poderão servir como material de consulta para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a ela ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre:</p> <ul style="list-style-type: none">- O ensino e aprendizagem de Matemática;- A metodologia de Investigação Matemática;- O software educacional Geogebra;- O Estágio Supervisionado com pesquisa.
<p>PROJETO: A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROPRIEDADES DE POLÍGONOS</p> <p>CRUVINEL, Junior Carlos¹; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva²</p>	<p>O Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá.</p> <p>Link</p>	<p>Site oficial do software Geogebra.</p> <p>http://www.geogebra.org/</p>	

A página "links úteis" apresenta informações adicionais sobre o *software* Geogebra como por exemplo estudos desenvolvidos por pesquisadores de várias universidades, vídeos explicativos, manuais, exemplo de atividades, etc.



Na página "Investigação Matemática" estão as abas que direcionam o leitor para os projetos de pesquisas dos estagiários onde se encontram os resumos das pesquisas e os links para os artigos produzidos pelos acadêmicos. O leitor poderá ter acesso às mesmas informações utilizando os links à esquerda na primeira página do sitio.

Na página "O Estágio" e nas abas "O estágio do 3º ano/2013" e "O estágio do 4º ano/2014" o leitor encontra o relato de experiência do Estágio Supervisionado com pesquisa realizado em 2013 e 2014, assim como links para os artigos produzidos pelos acadêmicos ao final de cada etapa.



Na página "Outras produções" encontram-se os links para as produções originárias da pesquisa.



O link centralizado, abaixo, na primeira página "O Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá" dá acesso ao projeto de Estágio Supervisionado do Curso com a descrição de todos os objetivos e etapas do projeto.



Desta forma os resultados da pesquisa poderão contribuir efetivamente na melhoria do Ensino de Matemática. As atividades experimentais serão úteis como material de consulta

para atuais e futuros professores que poderão dar continuidade a ela ou usar as discussões aqui realizadas para aprofundar na reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática.

Espera-se ainda que os resultados obtidos possam contribuir para melhorias no estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG, Campus de Iporá como também de outras universidades que tenham foco na formação de professores.